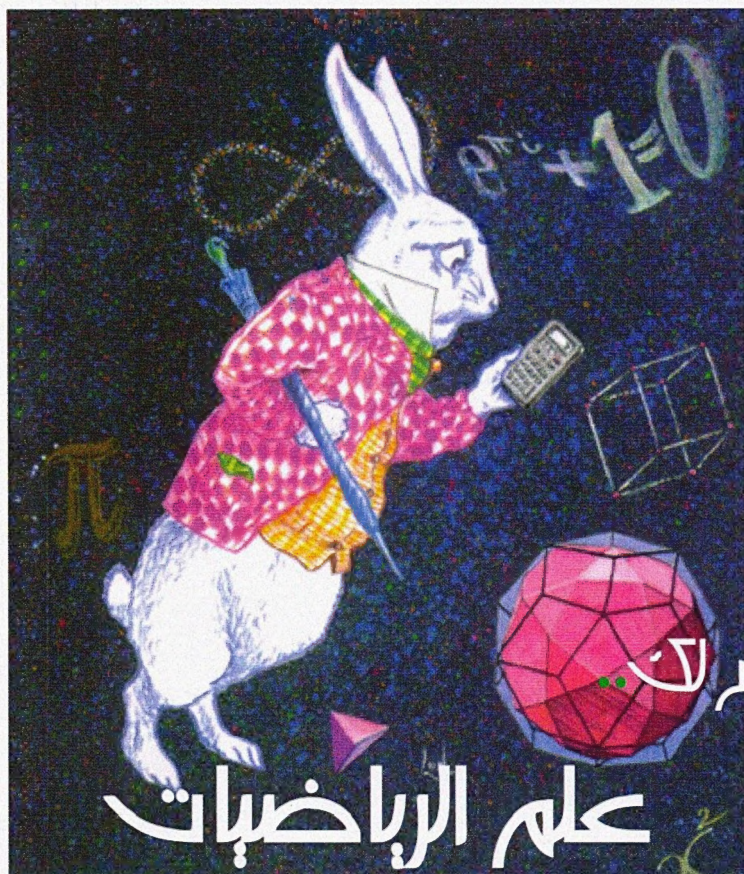




المشروع القومي للترجمة



أفلام لآ علم الرياضيات

تأليف

زياودن ساردر

جيري رافترز

بورين فان لون

ترجمة

ممدوح عبد المنعم محمد

مراجعة وإشراف وتقديم

إمام عبد الفتاح إمام



المشروع القومي للترجمة

أقدم لك ...

علم الرياضيات

تأليف

زياودن ساردر

جيري رافتز

بورين فان لون

ترجمة

ممدوح عبد المنعم

مراجعة وإشراف وتقديم

إمام عبد الفتاح إمام

المجلس الأعلى للثقافة

٢٠٠٢

رقم الإيداع بدار الكتب المصرية

٢٠٠٢/٤١٧١

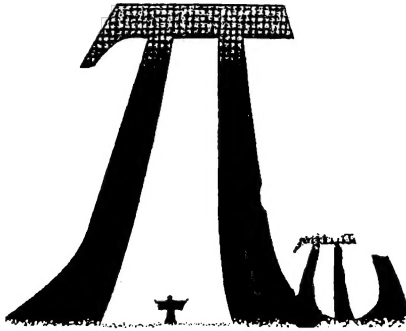
الترقيم الدولي I.S.B.N

977-5769-45-0

المشروع القومي للترجمة
بإشراف: جابر عصفور

هذه ترجمة لكتاب

THE MATHEMATICS



Ziauddin Sardar
Jerry Ravetz and
Borin Van Loon

حقوق الترجمة والنشر بالعربية محفوظة للمجلس الأعلى للثقافة
شارع الجبلية بالأوبرا - الجزيرة - القاهرة. ت: ٧٣٥٢٣٩٦ فاكس: ٧٣٥٨٠٨٤
El Gabalaya St. Opera House, El Gezira, Cairo
Tel: 7352396 E.Mail: asfour@oncbox.com

تهدف إصدارات المشروع القومي للترجمة إلى تقديم كافة الاتجاهات
والمذاهب الفكرية للقارئ العربى وتعريفه بها ، والأفكار
التي تتضمنها هى اجتهادات أصحابها فى ثقافتهم المختلفة
ولا تعبر بالضرورة عن رأى المجلس الأعلى للثقافة .

«مقدمة»

بقلم المراجع

«أقدم لك.. هذا الكتاب!»

هذا هو الكتاب الحادى عشر فى سلسلة «أقدم لك..» وهو يدور حول « الرياضيات

«...»

والواقع أن الرياضيات ترتبط بالفلسفة ارتباطاً دقيقاً منذ فجر الفلسفة عندما كتب أفلاطون على باب الأكاديمية «مَنْ لم يكن رياضياً فلا نصيب له عندنا» أو «من لم يكن مهندساً فلا يدخل علينا». وجعل الرياضيات مدخلاً إلى الفلسفة واشترط كلامه دراسة الرياضيات كخطوة تمهيدية لدراسة الفلسفة - ولقد كان برتراند رسل فى الفلسفة المعاصرة هو المثل النموذجى لهذه الرابطة ، فقد دخل إلى الفلسفة من باب الرياضيات عندما حاول تعريف «العدد» ، وكما حاول فى كتابه «أصول الرياضيات» أن يحدد معنى اللامعرفات..

وربما اشتركت الرياضيات أيضاً مع الفلسفة فى خاصيتين هامتين هما «التجريد» و «الصورية» - ولعل هذا هو السبب فى شكوى الناس من الرياضيات، ومن الفلسفة فى آن معاً. (لأن التفكير البشرى يبدأ بالمحسوسات ويتمسك بها ويجد صعوبة فى الانتقال من المحسوس إلى اللامحسوس أو المجرد!) - ولهذا السبب يبدأ المؤلف فى الصفحة الأولى من كتابه بالحديث عن شكوى الناس من الرياضة متصورين أن الناس ينقسمون قسمين أشخاص يفهمون الرياضيات (وهم نوع خاص من البشر) وأشخاص لا علاقة لهم بها!.

لكنه يبين لنا مدى حاجتنا إلى الرياضيات التى يرى أن الحياة لا يمكن تصورها بدونها. فنحن نحتاج إلى الرياضيات فى البيع والشراء، وفى التسوق، وإعداد ميزانية

المنزل، وإدارة أعمالنا، وبناء منازلنا، دائماً في أعمالنا المصرفية، وعمل الخرائط، والسفر حول العالم بل حتى إلى الخروج من عالمنا إلى الفضاء الخارجي! بل إن الرياضيات ضرورية للعلم والاقتصاد والطب والتكنولوجيا باختصار هي المحرك الذي يحرك حضارتنا الصناعية !.

ثم يبدأ المؤلف في الحديث عن «علم الحساب» وتاريخه ومساره مع مراحل البشرية والحضارات القديمة، وهو العلم الذي بدأ عند القبائل البدائية بالعدّ فالعدّ قديم قدم الكتابة أو لعلّ أقدم منها، فقد استخدم الإنسان الأول الخطوط القائمة للدلالة على الأرقام، فرسم الواحد هكذا I والاثنين هكذا II والثلاثة هكذا III .. الخ، واستخدم الصينيون هذا الأسلوب حتى الخمسة IIIII ، ثم عبروا عن الستة بخط قائم يعلوه خط أفقى هكذا T ، وعن السبعة بخطين قائمين يعلوهما خط أفقى TT وعن الثمانية بثلاثة خطوط يعلوها خط أفقى TTT وهكذا.

أما المصريون القدماء فقد رمزوا إلى الواحد بخط قائم I، وللاثنين بخطين قائمين II ورمزوا للعشرة بباب مقنطر ضيق Π، ومعظم طرائق العد مبنية على أساس الخمسة باعتباره عدد أصابع اليد الواحدة، أو على العشرة باعتبار عدد أصابع اليدين الاثنتين، أما البابليون فاتخذوا من الستين وحدة عددية، ودوّن اليونان الأعداد بالحروف الهجائية فجعلوها حرف a للواحد، وحرف b للاثنين، وهكذا حتى العشرة، واعتبروا الـ f الحادى عشر مقابل العشرين، والحرف الثانى عشر مقابل الثلاثين .. وهكذا.

أما الهنود فقد جعلوا للأرقام رموزاً مستقلة هي ١, ٢, ٣, ٤, ٥ .. الخ، واخترعوا الصفر، لكنهم لم يحسنوا استغلال تلك الأرقام ولم يفيدوا من اختراع الصفر.

ولقد أخذ العرب هذه الأرقام والصفر عن الهنود وعن العرب أخذ الغربيون الأرقام الهندية وسموها الأرقام العربية، وأخذوا الصفر أيضاً باسمه العربى «صفر» (أى فارغ أو خال) ولفظ Cipher فى الإنجليزية (ومعناها صفر أيضاً) خير دليل على ذلك، ويقال : إن اختراع الصفر كان من أهم المنجزات الفكرية وبدون ما كانت الرياضيات الحديثة أمراً ممكناً..

والواقع أن الكتاب يعطى للحضارة العربية دوراً عظيماً فيما أسهمت به فى تاريخ

الرياضيات فنراه يقول صراحة : «قام المسلمون بتوحيد الفكر الرياضى فى جميع الحضارات السابقة عليهم فأدمجوا الجبر والعلاقات الحسابية البابلية والصينية والهندية بالعلاقات الهندسية اليونانية والهلنستية، وينتهى إلى أنهم كانوا على درجة عالية جداً من الجرأة فى «تعاملهم مع العمليات الحسابية» ثم يتحدث عن شخصيات عظيمة مثل الخوارزمى «مؤسس علم الجبر» وتطويره عند «الصموعل» والكراجى، وعمر الخيام الشاعر وعالم الرياضيات، والبطانى وغيرهم من أعلام المفكرين المسلمين..

والكتاب فى الواقع متعة لا تقدر حتى بالنسبة لغير المتخصص ، وإننا لنأمل أن نكون بترجمته قد قدمنا خدمة متواضعة فى المشروع القومى للترجمة.

والله نسأل أن يهدينا جميعاً سبيل الرشاد،

المشرف على المشروع

إمام عبد الفتاح إمام

لماذا الرياضيات ؟

يئن كل شخص عند الذكر المطلق للرياضيات ، فالكثير من الناس يعتقدون أن العالم مقسم إلى نوعين من الناس . الأول هم الأشخاص بالغو الذكاء الذين يفهمون الرياضيات وهم بالطبع ليسوا من النوع الذى يمكن مقابله فى إحدى حفلات السمر ...



ولكننا جميعاً نحتاج لفهم الرياضيات إلى حد ما، فبدون الرياضيات لا يمكن تصور الحياة.





في الواقع أصبحت الرياضيات دليلاً للعالم الذي نعيش فيه، العالم الذي شكله
ونغيره والذي نعتبر نحن جزءاً منه. ولأن العالم أصبح معقداً لدرجة كبيرة وكذلك
الأشياء المشكوك فيها أصبحت مهمة ومنذرة ، فنحن نحتاج الرياضيات لوصف
المخاطر التي نواجهها ولنخطط لمعالجتها.

وتتطلب قدرة التعامل مع الرياضيات موهبة خاصة ومهارة مثل أى مجال آخر للمحاولات البشرية كالرقص مثلاً. والرياضيات أنيقة جداً وجميلة فى روحها تماماً مثل الأداء الجاد المعقد لفرقة الباليه الماهرة. وبالرغم من أن معظمنا لا يستطيع أن يكون راقص باليه محترف لكننا نعرف كيفية الرقص وفعلياً من الممكن أن نرقص . وبالمثل يجب أن نعرف جميعاً ما تتناوله الرياضيات وأن تكون لدينا القدرة على فهم ومعالجة بعض الخطوات الأساسية.



الحساب

يتعلم الأطفال
في المدرسة
كيفية العد

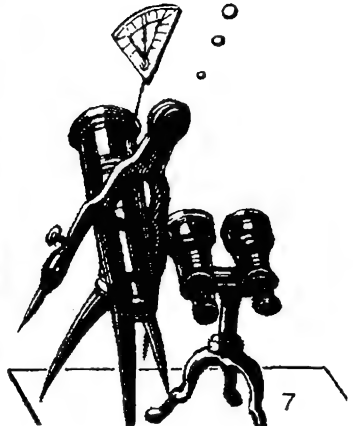
إلى حد ما يستعيد
المبتدئون في الرياضيات في
أذهانهم خطوات تطور البشرية
في معرفة الرياضيات

والحساب والقياس

وبمجرد تعلمهم ذلك تبدو هذه الطرق
أنها ابتدائية، ولكن بالنسبة للمبتدئين تبدو أنها
ملينة بالألغاز.

أصبحت عملية تسمية الأرقام مثل التعويذة وخاصة
عند التعامل مع أكبر رقم، فالعد إلى مائة ممل
ولكن العد إلى ألف يشبه تسلق الجبال !
ترى ما هو الرقم الأخير أو أكبر الأرقام على
الإطلاق ؟

إذا لم يكن
لهذا موجوداً ، فما يوجد
في النهاية ؟



كيف أسمينا الأرقام كما نقرأهم واحداً تلو الآخر، ربما يكفي تسمية عدد قليل من الأرقام. تستطيع بعض الحيوانات تمييز التجمعات المختلفة حتى خمسة أو سبعة أفراد، وما يزيد عن ذلك يطلق عليه «العديد» فقط. ولكن إذا كنا نعرف أن الأرقام تزداد دون توقف فلا يمكننا إطلاق الأسماء الجديدة بدون توقف.



لم تكن لغة الهنود Dakota ^(١) مكتوبة ولكنها كانت عبارة عن قطعة من القماش مرسوم عليها صور بالحبر الأسود، وفي كل سنة يتم رسم صورة جديدة لتوضيح الحدث الرئيسي في السنة المنقضية.

(١) الداكوتا Dakota - قبيلة من الهنود الحمر في الولايات المتحدة الأمريكية تستخدم لغة خاصة بها هي اللغة السوانية Siouan (المراجع).

وأفضل طريقة لعملية تنظيم التسمية والعدد هي اتخاذ «أساس» وهو عبارة عن رقم يميز بداية العد مرة أخرى. وأبسط أساس هو اثنان، فعلى سبيل المثال قامت مجموعة من الأستراليين البدائيين (Gumulgal) بالعد بالطريقة التالية :

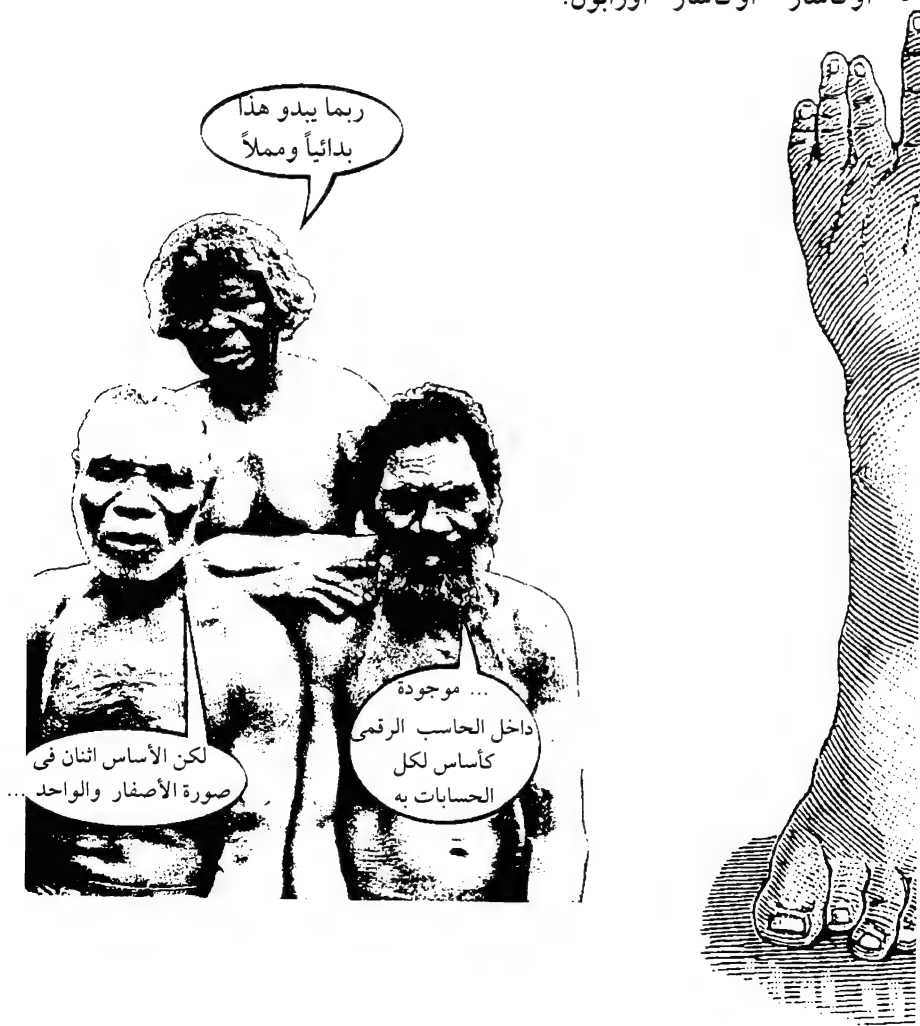
١ = أورابون

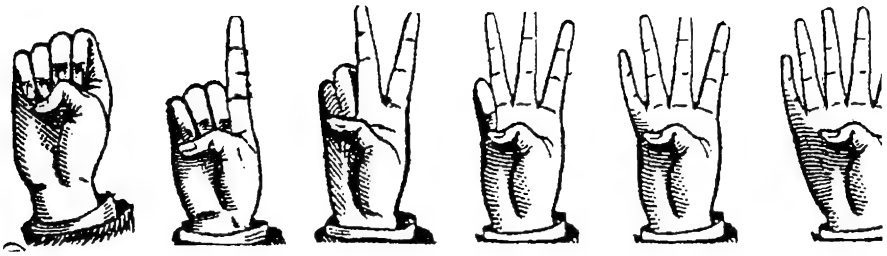
٢ = أوكاسار

٣ = أورابون - أوكاسار

٤ = أوكاسار - أوكاسار

٥ = أوكاسار - أوكاسار - أورابون.





وتعتبر أصابع اليد مفيدة في تعريف الأساسات، بعض الأنظمة تستخدم الخمسة كأساس والبعض الأكثر شيوعاً يستخدم العشرة. ويمكن استخدام العديد من الأساسات الأخرى. فعلى سبيل المثال العملة المتداولة في بريطانيا قديماً كان بها العديد من الأساسات : إثنا عشر (بنس في كل شلن) وبعد ذلك عشرون (شلن في كل جنيه استرليني) وحتى واحد وعشرون (شلن في كل جنيه إنجليزي). لذلك كان يلزم وجود مساعدين في الأسواق للمساعدة في عمليات تقدير الفواتير أما عند الشراء بالتقسيط فربما يتم إخبار الناس أن رداء غرفة المعيشة يتكلف ١٥٥ جنيهاً إنجليزيًا أو ما يعادل ١٠٤ قسط أسبوعي قيمته جنيه استرليني وخمسة عشر شلناً وسبعة بنسات ونصف.



هناك أساس آخر شائع وهو عشرون (أصابع القدمين واليدين) وقد استخدمه الـ (Yoruba) بالإضافة إلى خاصية الطرح عند التعبير عن الأرقام الكبيرة داخل هذا الأساس.

وقد كان لديهم أسماء مختلفة للأرقام واحد (أوكان) وحتى عشرة (إيوا). ومن إحدى عشر وحتى أربعة عشر كانوا يقومون بعملية الإضافة مثل إحدى عشر هو (واحد بالإضافة إلى عشرة) وأربعة عشر هو «أربعة مضافون إلى عشرة». أما الأرقام من خمسة عشر وحتى تسعة عشر فكانوا يقومون بالطرح مثل خمسة عشر هي «عشرون ناقصة خمسة» وتسعة عشر «هي عشرون ناقصة واحد».

ويظل هذا الأساس مستخدماً في الأرقام الفرنسية حيث إن ثمانين هي «أربعة عشرونات» أما تسعة وتسعون فهي أربعة عشرونات وتسعة عشر.



المتعاملون مع
الحسابات يستخدمون أساسات
مبنية على اثنين.

وعلى ذلك لا يوجد هناك أساس واحد مفضل، ربما يمكننا التفكير في نظام أرقام يتم تصميمه بصفات مختلفة وهي : يسهل تذكُّره وملائم في تسميته ومفيد في الحساب إلخ.



الأرقام المكتوبة



من الممكن العد بطريقة فعالة في ثقافة ما دون كتابه، ولكن الحساب يتطلب عند ذلك ذاكرة كبيرة ومهارات خاصة. ولما كانت الكتابة منتشرة في الكثير من الحضارات، ظهرت العديد من أنظمة العد، البعض منها كان معقداً تماماً.



وقد استخدم الأزتك^(٥) نظاماً مبنياً على عشرين به أربعة رموز

الواحد رُمز له بنقطة تعبر عن حبة الذرة. ●

٢٠ تم تمثيلها بعلم. P

٤٠٠ تم تمثيلها بنبات الذرة. 🌾

٨٠٠٠ تم تمثيلها بدمية الذرة. 🧚

ويمكن استخدام هذه الرموز للتعبير عن كل أنواع الأرقام وعلى سبيل المثال الرقم ٩٢٨٧ يمثل كذلك :



(٥) الأزتك : شعب متمدن حكم المكسيك قبل أن يفتحها الأسبان.



١

٢

٣

٤

٥

٦

٧

٨

٩

١٠

١١

١٢

١٣

١٤

١٥

١٦

١٧

١٨

وكان نظام الترقيم عند الـ «Mayans» به ثلاثة رموز فقط :



لذلك

...

٣ هي

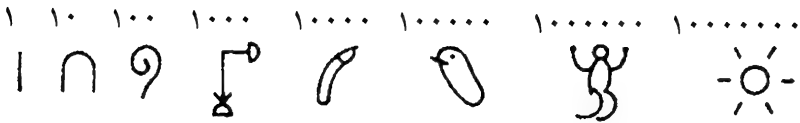
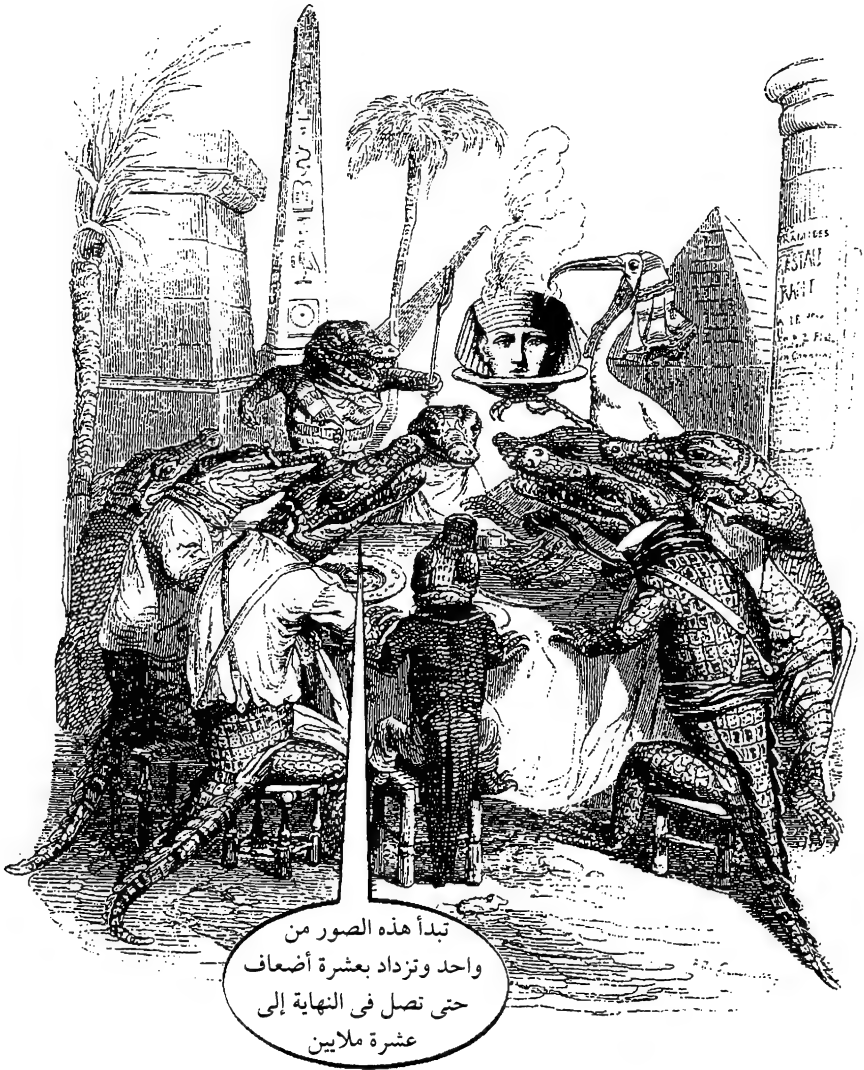
...

أما ١٣ فهي

ويتم تمثيل العشرين بـ



ولقد استخدم المصريون القدماء مخطوطة تصويرية (الهيروغليفية) لكتابة أرقامهم.



وقد استخدم الصينيون القدماء نظام أعداد له أساس ١٠ برموز للأرقام من واحد إلى عشرة والمائة والألف وكذلك العشرة آلاف ، وبعد ذلك طور الصينيون صيغة باستخدام قطع مستقيمة (ثمان).



المصفحة : صفيحة طباعية تصنع بصب المعدن في قالب من الورق المعجون.

وقد قدم الصينيون اختراعاً عظيماً وهو وضع الرموز المكتوبة في عالم من الأسماء المنطوقة للأرقام، وكان هذا عبارة عن نظام لـ «القيمة المكانية». حيث تعتمد تسمية الرقم (كتعبير عن الكمية) على مكانه في صف الأرقام. لذلك من الممكن أن يكون الرقم (٢) هو اثنان أو عشرون أو مائتان على حسب موقعه، وهذا يعني أنه لا يلزم تسمية الأساسات الأعلى، فمن المعروف أن (٢) في الرقم (٢٣٤) تعني ٢٠٠.



أما الهنود فقد طوروا ثلاثة أنواع واضحة لأنظمة الأعداد.

قام (Kharosthi) باستخدام رموز للعشرة والعشرين وتم التعبير عن الأرقام من ١ حتى ١٠٠ بالجمع.

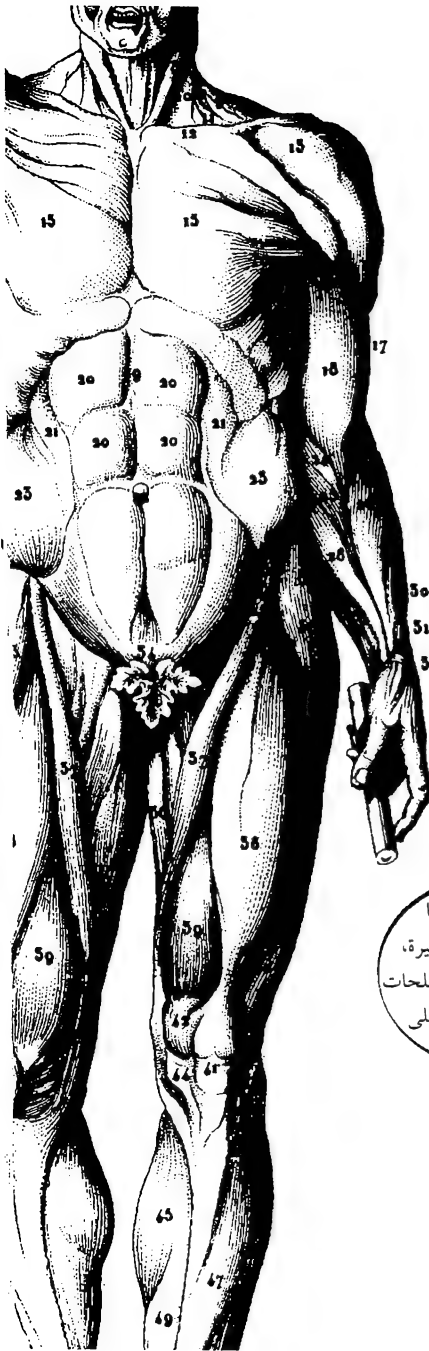
أما الـ (Brahmi) فقد استخدموا رموزاً منفصلة للواحد، الأربعة حتى التسعة والعشرة والمائة، وهكذا.

أما Gwalior فكان لديهم رموز للأرقام من واحد وحتى التسعة وكذلك للصفر.

فكر في عدد ما ...
حسناً، الآن ضاعفه ...
ثم احسب ثلاثة أضعافه ...
ثم أربعة أضعافه ...



ولقد قام الهنود بالتعامل مع الأرقام الكبيرة براحة تامة، حيث أعطت النصوص الهندية القديمة أسماء لأرقام كبيرة مثل ١٠٠٠, ٠٠٠, ٠٠٠, ٠٠٠ وأسموه (باراردها Parardha).



وكان للقدماء اليونانيين نظامان متوازيان للأعداد، الأول كان مبنياً على الأحرف الأولى للأعداد، مثلاً يرمز للخمسة بالحرف باى (π) أما العشرة فيرمز لها بدلتا (Δ) والمائة بالصيغة القديمة للحرف (H) وهكذا.

أما النظام الثانى والذى ظهر فى القرن الثالث قبل الميلاد فقد استخدم كل حروف الهجاء اليونانية وثلاثة من الحروف الفينيقية ليصبحوا سبعة وعشرين رمزاً رقمياً. وكانت أول تسعة أحرف ترمز للأرقام ١ حتى ٩؛ أما التسعة التالية فكانت ترمز للعشرات من ١٠ وحتى ٩٠ أما التسعة أحرف الأخيرة فكانت ترمز للمئات من ١٠٠ وحتى ٩٠٠.

نحن اليونانيين قاومنا
الخوف من الأرقام الكبيرة،
وبصعوبة عبر علم المصطلحات
لدينا عن الأرقام التى تلى
العشرة آلاف



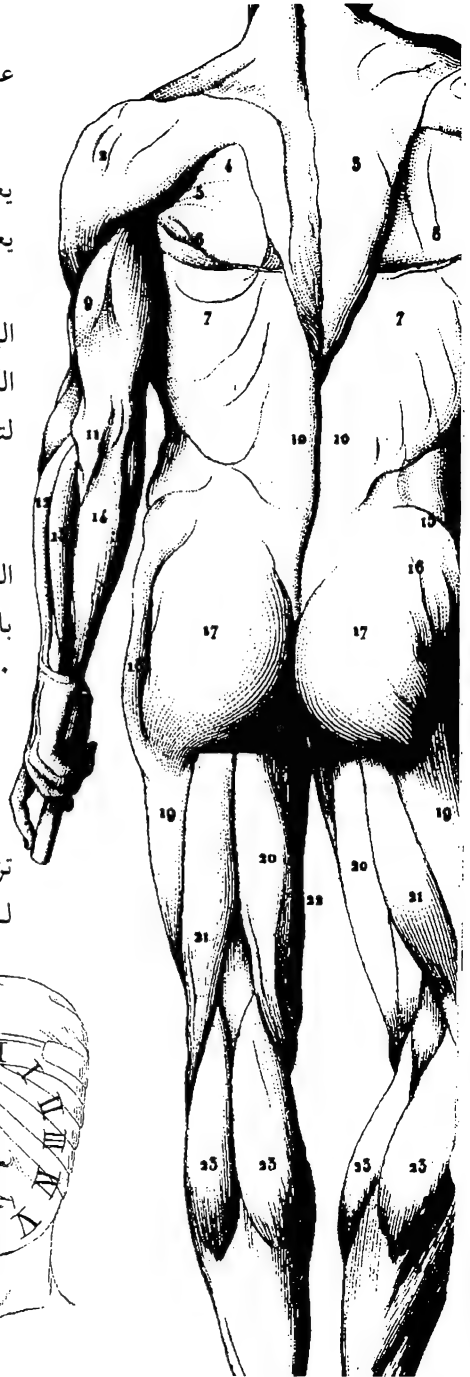
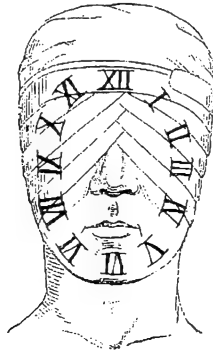
أما النظام الروماني فكان يحتوى على عدد سبعة رموز للأرقام: I يعبر عن ١، و

V يعبر عن ٥، و X يعبر عن ١٠، و L يعبر عن ٥٠، و C يعبر عن ١٠٠، و M يعبر عن ١٠٠٠.

وكانت الأرقام تكتب من اليسار إلى اليمين حيث تكتب الأرقام ذات القيمة الكبيرة فى اليسار ثم تُجمع مع بعضها لتعطى قيمة الرقم المشار إليه. وعلى ذلك LX هو ٦٠.

ولللملاءمة، كان الرقم ذو القيمة الصغيرة الموضوع على اليسار يُفسر بالطرح، وعلى ذلك الرقم McM يعنى ١٩٠٠.

والأرقام الرومانية بالرغم من أنها لا تزال تستخدم الآن كوسيلة للتزيين، إلا أنها لم تكن مناسبة لعمل الحسابات السريعة.



وقد أدى استخدام حروف الهجاء للتعبير عن الأرقام إلى ظهور فن التنبؤ العالى فى تطوره والذى يسمى Gomatria . ويقوم أحد الأشخاص بترتيب أحرف كلمة ما أو اسم على وجه الخصوص ليكون رقماً ما ثم يقوم بتفحصه للبحث عن نوع ومعنى لهذا الرقم. والشخص الذى ينتج اسمه رقماً مثل ٦٦٦ (عدد الحيوانات فى التوراة) كان يوضح شيئاً سيئاً !

معى أنا فقط أصبح
ديسكارت ومن تبعنى ممن قاموا
بدراسة الرياضيات فى أوروبا
محررين من السحر، على الأقل
النخبة المتعلمة منهم !



والآن توقف عن
هذا الهراء وإلا سأنزّل
عليك لعنتى

أخبار سيئة
يا صغيرى الطيب !
اسمك له رقم «نتاج
الشیطان»



معى العلاج فى
يدى يا سيدتى

كان مزعوماً فى الحرب
العالمية الثانية أن المقاومة التى
كنت ألقاها بين المسيحيين
الأصوليين كانت ترجع إلى أننى
من النوع ٦٦٦ .

أترى
طبيعتى
كذلك ؟



وقد طورت الحضارة الإسلامية (منذ ٦٥٠ بعد الميلاد وحتى الآن) مجموعتين متشابهتين من الأرقام. كانت واحدة منهم تستخدم في الجزء الشرقي (بلاد العرب وفارس).

أما الأخرى فكانت تستخدم في الجزء الغربي (بلاد المغرب والأندلس). وكلتا المجموعتين كانت تحتوي على عشر رموز من الصفر وحتى التسعة.

المجموعة الشرقية : ٠ ٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

المجموعة الغربية : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

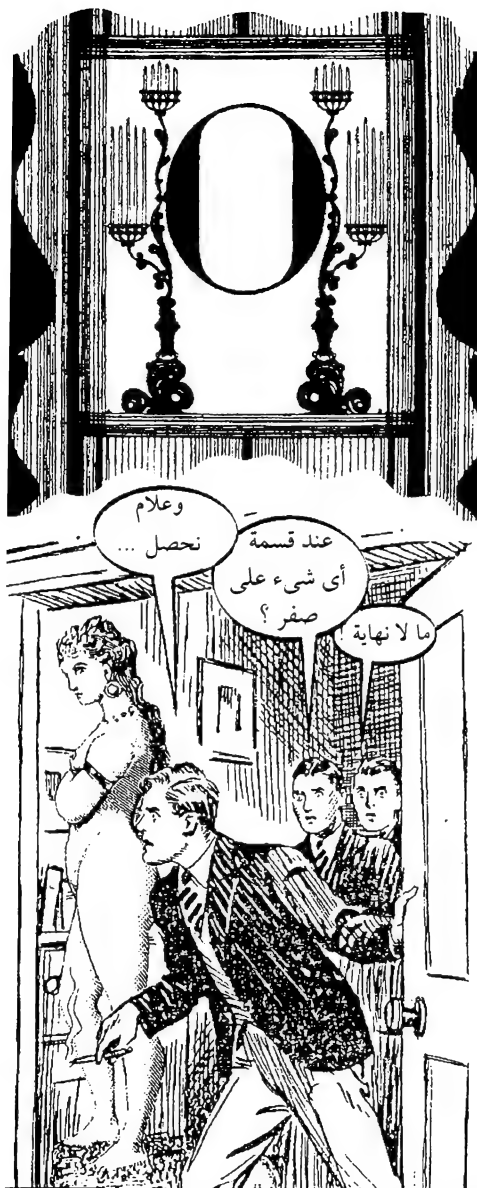
وقد بقيت المجموعة الشرقية تستخدم حتى الآن في العالم العربي، أما المجموعة الغربية والتي تدعى الأرقام العربية فهي تمثل نظام الأرقام الذي نستخدمه جميعاً في هذه الأيام.



الصفـر

تأخراً نسبياً (حيث تم وضعه فى القرن السادس بعد الميلاد.
ل الحضارتين الصينية والهندية. وقد كان الصينيون يحتاجو
كيف مثل الصينيون المكان الخالى فى الرقم مئتين وخمسة ؟
لذلك كان يلزم شىء ما يوضع فى المكان الخالى مثل ٥ - ٢
ر كان قد تم تطويره فى الحضارة الهندية، حيث إن التأملات
قد تطورت بدرجة كبيرة.





وبينما يعتبر الصفر ضرورياً فى الحسابات ولكنه
ء لا يقال له «الصفرى». وهناك تناقض واضح فى
١٩٩ بالقرن العشرين حيث لم يكن هناك قرن صفر

والصفر له معنيان كما هو واضح من «أضحوة الصفریات»، حيث يتحدث مرشد في أحد المتاحف إلى المجموعة المدرسية :



بالطبع تبدو هذه الأضحوة سخيفة، ولكن إحدى التلميذات قامت بعملية الجمع ...

... كما قد تعلمته في المدرسة ! لم يقم أحد بإخبارها أن الأصفار بعد ٦٥ كانوا مجرد ملء خانات وليسوا للعد. فبالنسبة لتلك الأصفار لدينا $٤ \times ٠ = ٠$ وكذلك $٤ + ٠ = ٠$! ربما الوعى بتلك التناقضات هو الذى جعل الرياضيين الأوائل مرتابين من الأرقام الغريبة مثل الصفر.

أرقام خاصة

إلى جانب الصفر،
هناك أنواع أخرى من
الأرقام الخاصة التي
يجب أن نكون على
دراية بها.



البعض منهم «أرقام بالطبيعة»
التي من الممكن أن يقال إن
لديها خصائص سحرية. الأرقام

٧، ٥، ٣ و ١٣ كل منهم رقم خاص بطريقته الخاصة، وهناك أيضاً
أنواع من الأرقام يتم تعريفها من خلال خصائصها الحسابية التي
تجذب الاهتمام.

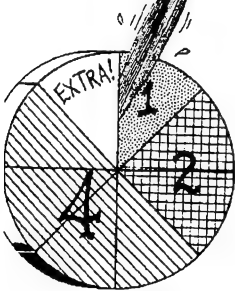
الأعداد الأولية هي تلك الأعداد التي لا
تقبل القسمة إلا على نفسها أو الواحد

والأمثلة هي ٧، ٥، ٣
١٩، ١٣، ١١

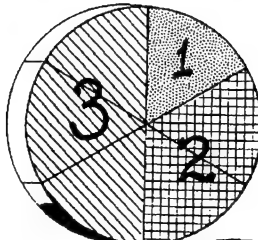
الأعداد التامة هي التي تساوي مجموع عواملها - أي الأعداد التي
تقبل القسمة عليها.

لذلك العدد ٦ الذي له عوامل ١، ٢، ٣ هو عدد تام حيث إن
٦ = ٣ + ٢ + ١

تقطع
الفطيرة ...



ولكن ٨ غير تام



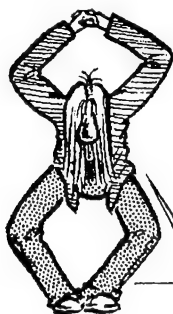
٦ تام !

وكمثال آخر
 $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$
أما المثال التالي فهو ٤٩٦
حاول استنتاجه بنفسك



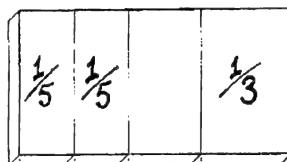
في قديم الزمن،
مثل تلك الأرقام كانت
تعتبر خاصة جداً. لذلك
سميت بهذا الاسم





إذا فعلت
خطأين يؤدي
ذلك إلى
صواب

حاول جمع
 $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$
قطع الحلوى ...



$$\frac{11}{15} =$$

رسم
الأشكال
بالأرقام ...



الأرقام السالبة هي تلك الأرقام الأصغر من الصفر (مثل درجة الحرارة في يوم بارد) ويتم تمثيلها بإشارة ناقص، وهي أرقام أساسية ولها تناقضاتها الخاصة بها مثل (١-) $1 + = (1-) X$

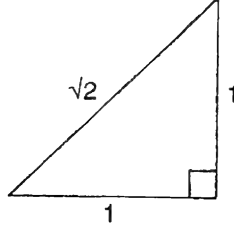
«الكسور» أو الأعداد النسبية هي الأعداد التي يمكن وضعها في صورة نسبة بين عددين صحيحين، مثل $\frac{2}{3}$. وهذه الأعداد ضرورية في الحسابات ولكنها لا تصلح في العد، فلا يوجد وحدة في الكسور ولا تتابع مثل ٥ تلي ٤؛ لذلك مضى وقت طويل قبل قبولهم على أنهم أرقام. كذلك فإن هذه الأرقام لها الحسابات الخاصة بها التي هي على درجة عالية من الصعوبة للدرجة يصعب معها فهمها.

كل هذه الأنواع كانت معروفة في مختلف الحضارات مثل الحضارة الصينية والهندية. ومع تطور الرياضيات النظرية وخاصة بين اليونانيين، ظهرت صفات غريبة للأرقام والتي أدت إلى ابتكار أنواع جديدة من الأرقام.

الأرقام غير النسبية وهى الأرقام التى لا يمكن التعبير عنها بنسبة بين رقمين صحيحين .
و ٢٧ هو مثال هام لتلك الأرقام حيث إنه ينتج من العمليات الهندسية فهو طول وتر

المثلث قائم الزاوية الذى به طول
ضلعى القائمة الوحيدة.

وتسمى هذه الأرقام بالجذور
الصامتة.



بعض الكميات
غير نسبية، لا يمكن التعبير
عنها حتى بأرقام تنتج من
عمليات جبرية

وأشهر هذه
الأرقام هو ط أو π
وهو نسبة محيط
الدائرة
لقطرها.

وعملية اختصار هذه
النسب إلى جذور صماء
تسمى «تربيع الدائرة» وقد
حاول فى ذلك علماء
الرياضة على مدى قرون
حتى تم توضيح أن هذه
عملية مستحيلة فى الأيام
المعاصرة عند ذلك تمت
تسمية هذه الأرقام ! ...

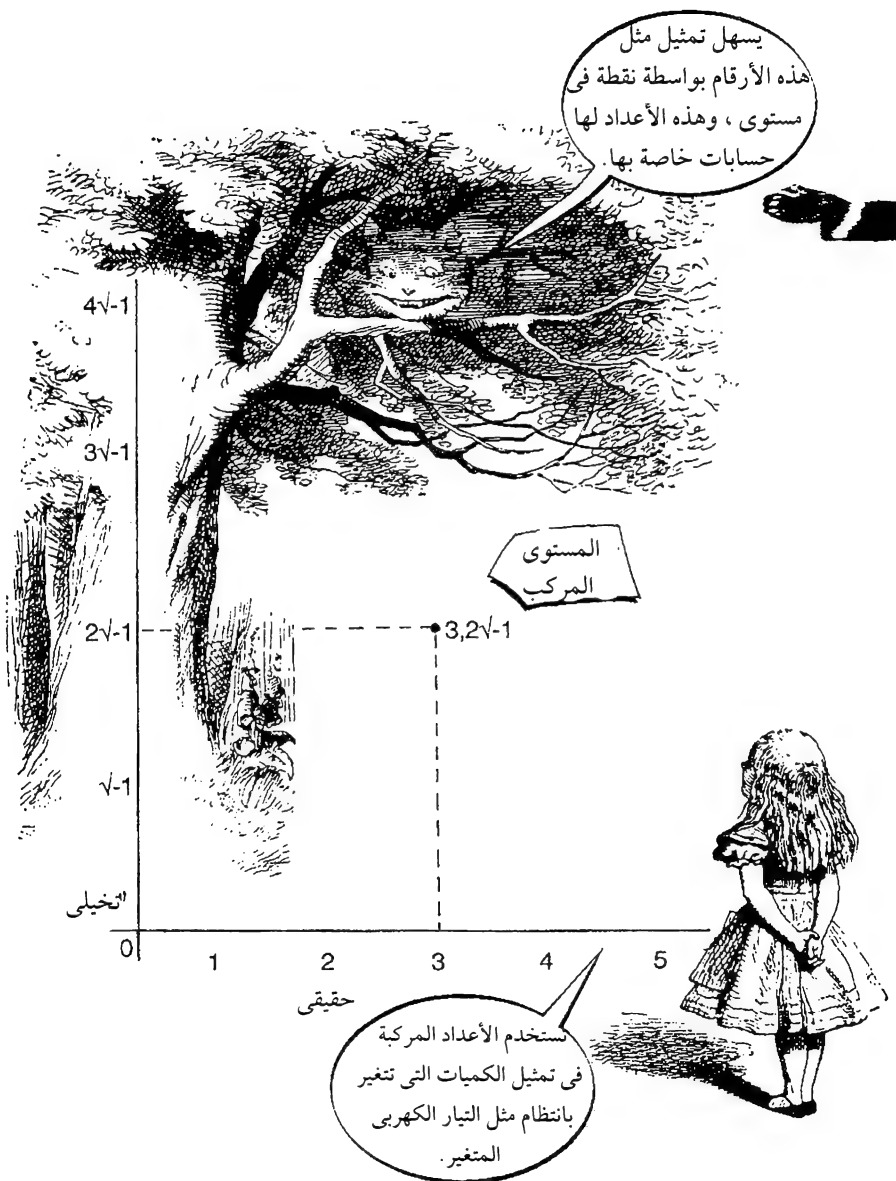


... مبهجة



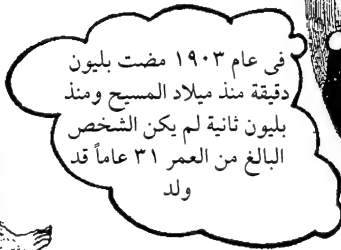
ط " ...
فطيرة

الأعداد التخيلية تنتج من ضرب الأعداد الحقيقية بالكمية التخيلية، وهي الجذر التربيعي لسالب واحد ($\sqrt{-1}$). وعند إضافة عدد تخيلي لآخر حقيقي يسمى الناتج "الأعداد المركبة".



الأرقام الكبيرة

تقوم الأرقام الكبيرة بإرهاب الكثير منا لدرجة أننا نجد صعوبة في تقدير القيمة الحقيقية لتلك الأرقام.



ويبدو المائة مليون رقماً أكثر ترويعاً، ولكن في هذه الأيام يعتبر رقماً غير عادي بالنسبة لدولة ما، وخاصة بالنسبة لدولة نامية (أي تكون مدينة بمثل هذا الدين). ولو أن هناك دولة أرادت التخلص من دينها قامت بدفع دولار، أو جنيه

واحد كل ثانية على مدار أربع وعشرين ساعة يومياً وسبعة أيام أسبوعياً واثنين وخمسين أسبوعاً سنوياً، ربما تستغرق ٣١٨٠ سنة لسداد ...



وكيفية الوصول إلى هذه الأرقام الكبيرة بسهولة يتم توضيحه بمثال بسيط وهو الخطاب المتسلسل. يقوم شخص ما بإرسال خطابين إلى شخصين يخبر كلاهما بإرساله إلى اثنين آخرين وهكذا. في هذه الحالة قام الشخص الأول بإرسال خطابين، وفي المرحلة الثانية تم إرسال $2 \times 2 = 4$ خطابات أما المرحلة الثالثة ففيها $2 \times 2 \times 2 = 8$ خطابات. إذن كم عدد المجموعات المطلوبة للوصول إلى بليون خطاب ؟





الرعء
العظفم
الأسس
تفففس
بءاألى!

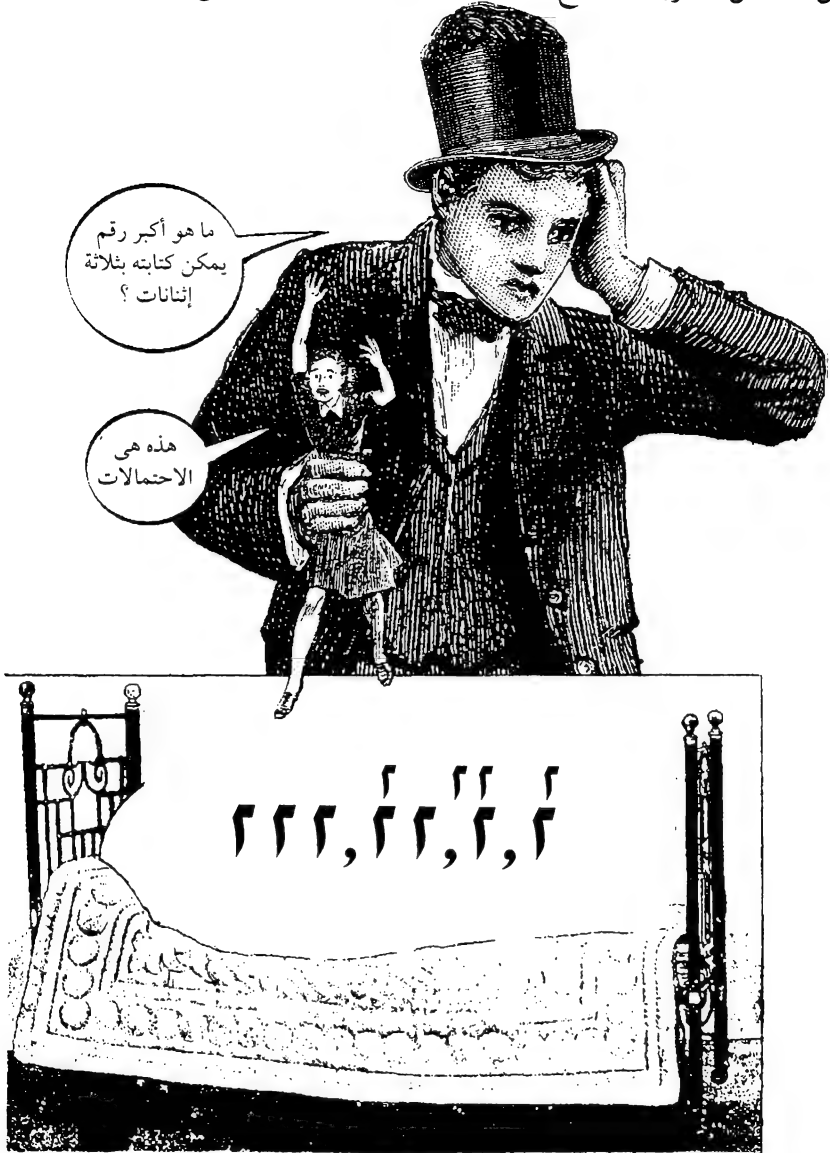
من الواضح أن
كتابة البليون
مرهقة جداً، ولحسن
الحظ توجد نظرية
ملائمة لكتابة الأرقام
الكبيرة. ومن الممكن أن
نلاحظ ذلك من خلال البليون
الذى يساوى :

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \\ 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

لذلك إذا رمزنا لحاصل ضرب عشرين
ببعض بالرمز 10^2 وحاصل ضرب ثلاث
عشرات بـ 10^3 وهكذا من الممكن كتابة
المليون هكذا 10^6
أما البليون فيصبح 10^9 ، بالإضافة إلى ذلك
نكتب خمسة بليون هكذا 10^5 .

وعملية رفع أى شىء إلى أس ما تعنى أن هذا الشىء
ي ضرب فى نفسه عدداً من المرات مساو لهذا الأس،
لذلك 2^5 تعنى $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ أو ٣٢.

ومن الممكن أن نُزيد ألفتنا مع هذه الملاحظات بتفقد المثال التالي :



أصغر رقم في هذه الاحتمالات هي $٢٢ = ٢ \times ٢ = ٤$ ، يليه ٢٢٢ ثم بعد ذلك $٢٢٢ = ٤٨٤$ وأكبر رقم هو $٢٢٢ = ٤١٩٤٣٠٤$.

وكتابة الأسس تصلح أيضاً في حالة الكسور ، ولتحويل أس ما إلى كسر نقوم ببساطة بوضع إشارة سالب أمام الأس ، لذلك $١٠^{-١} = \frac{١}{١٠}$ ، $١٠^{-٢} = \frac{١}{١٠٠}$ ، $١٠^{-٣} = \frac{١}{١٠٠٠}$ وهكذا.



وإذا تضاعفت المسافة بمقد ثلاثة أضعاف أصبحت الصو تسعة أضعاف ما كانت عل



وبنفس الطريقة إذا كبرنا خريطة أو رسمة ما عدد س من المرات، فإن عدد س^٢ ضعفاً من الورق يكون مطلوباً لذلك. ونسمى س، س^٢، س^٣، س^٤، س^٥ بالأس الأول، والثاني، والثالث، الرابع، الخامس لـ س على الترتيب. وكان يطلق على الأسس في البداية «التربيع» و«التكعيب» من خلال معناهم الهندسي. وبالطبع بدلاً من ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥ من

الممكن أن يكون هناك أي أس آخر؛ باستخدام «ن» لتعبير عن أي رقم نقول : إن سر تسمى الأس النوني لـ س.



وعلى مر العصور ، كان علماء الرياضيات مرتبكين من هذه الأسس الكبيرة؛ فلم يتمكنوا من تخيل فراغ زائد يمكنهم وصف شكل الأرقام فيه.

وقد قدم عالم الرياضيات المسلم «ابن يحيى الصموغلي» (المتوفى عام ١١٧٥) في كتابه «الباهر» (الذي ألفه عندما كان عمره تسعة عشر عاماً) لأول مرة تعريف ...

أس الصفر



هذا يعني أن أي
شيء مرفوعاً لأس
صفر يساوي ١

لأننا لو قمنا بضرب
أي شيء في نفسه عدد
«صفر مرة» نحصل على
الوحدة.



اللوغاريتمات

اللوغاريتم هو الأس الذي يُرفع إليه رقم ما ليعطى رقماً آخر، ويسمى الرقم الأول الأساس. وحيث إن $10^2 = 100$ فهذا يعني أن لو. ١٠٠ = ٢، وتقرأ كالتالي : لو للأساس ١٠ للرقم ١٠٠ يساوي اثنين.

والأساسات الأكثر شيوعاً للوغاريتمات هي ١٠. والعدد الأسّي e (أو الأساس الطبيعي ، انظر صفحة ١٠٥).

وحيث أن $س^٠ = ١$ لأي س فهذا يعني أن لو ١ = صفر لأي أساس.

ولضرب أو قسمة تعبيرين لوغاريتميين نقوم باستخدام القاعدة «ضرب أو قسمة أس رقم ما يعبر عنه بجمع أو طرح الأسس» ، لذلك لو (س X ص) ببساطة يساوي لو س + لو ص.



سجل إيقاع سجل
موسيقى....



الجمع أسهل بكثير
من الضرب



واللوغاريتمات تعتبر ذات نفع عظيم في تبسيط الحسابات الطويلة المعقدة. فللقيام
لمهمة ضرب أو قسمة عددين كبيرين نقوم أولاً باستخراج لوغاريتماتهم من الجدول ثم
جمعهم أو نطرحهم ونضع الناتج في الجدول لاستخراج المجموع (أو خارج القسمة).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0832	0874	0914	0954	0994	1034	1072	1110	1147	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1178	1216	1254	1291	1328	1367	1403	1439	1474	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2174	2200	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2454	2478	2502	2526	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2671	2694	2717	2740	2762	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2832	2854	2875	2896	2917	2938	2958	2978	2	4	7	9	11	13	15	18	20
20	3010	3031	3051	3071	3091	3111	3131	3151	3171	3191	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3242	3261	3281	3301	3321	3341	3361	3381	3401	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3443	3462	3481	3501	3520	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	16	18
23	3617	3636	3655	3674	3693	3712	3731	3750	3769	3788	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3875	3893	3912	3931	3949	3968	2	4	5	7	9	11	13	15	17
25	3979	3997	4015	4033	4051	4069	4087	4105	4123	4141	2	3	5	7	9	11	13	15	17
26	4150	4168	4186	4204	4222	4240	4258	4276	4294	4312	2	3	5	7	9	11	13	15	17
27	4314	4332	4350	4368	4386	4404	4422	4440	4458	4476	1	3	4	6	8	10	12	14	16
28	4472	4490	4508	4526	4544	4562	4580	4598	4616	4634	1	3	4	6	8	10	12	14	16
29	4652	4670	4688	4706	4724	4742	4760	4778	4796	4814	1	3	4	6	8	10	12	14	16
30	4772	4790	4808	4826	4844	4862	4880	4898	4916	4934	1	3	4	6	8	10	12	14	16
31	4952	4970	4988	5006	5024	5042	5060	5078	5096	5114	1	3	4	6	8	10	12	14	16
32	5051	5069	5087	5105	5123	5141	5159	5177	5195	5213	1	3	4	6	8	10	12	14	16
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	6	8	10	12	14	16
34	5315	5328	5341	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	6	8	10	12	14	16
35	5441	5453	5465	5477	5489	5501	5513	5525	5537	5549	1	3	4	6	8	10	12	14	16
36	5553	5565	5577	5589	5601	5613	5625	5637	5649	5661	1	3	4	6	8	10	12	14	16
37	5682	5694	5706	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	3	4	6	8	10	12	14	16
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	3	4	6	8	10	12	14	16
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	3	4	6	8	10	12	14	16
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	3	4	6	8	10	12	14	16
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	3	4	6	8	10	12	14	16
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	3	4	6	8	10	12	14	16
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	3	4	6	8	10	12	14	16
44	6435	6445	6455	6465	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	3	4	6	8	10	12	14	16
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6600	6610	6618	1	3	4	6	8	10	12	14	16
46	6628	6637	6646	6655	6665	6674	6684	6693	6702	6712	1	3	4	6	8	10	12	14	16
47	6721	6730	6739	6748	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	3	4	6	8	10	12	14	16
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	3	4	6	8	10	12	14	16
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	3	4	6	8	10	12	14	16
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	3	4	6	8	10	12	14	16
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	3	4	6	8	10	12	14	16
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	3	4	6	8	10	12	14	16
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	3	4	6	8	10	12	14	16
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	3	4	6	8	10	12	14	16

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7467	7475
56	7482	7490	7497	7505	7513	7521	7529	7537	7545	7553
57	7559	7566	7574	7582	7590	7598	7606	7614	7622	7630
58	7634	7642	7650	7658	7666	7674	7682	7690	7698	7706
59	7709	7716	7723	7731	7738	7746	7754	7762	7770	7778
60	7782	7789	7796	7803	7811	7818	7826	7834	7842	7850
61	7853	7860	7868	7875	7883	7891	7898	7906	7914	7922
62	7924	7931	7938	7946	7954	7962	7970	7978	7986	7994
63	7993	8000	8007	8014	8022	8030	8038	8046	8054	8062
64	8069	8075	8082	8090	8098	8106	8114	8122	8130	8138
65	8129	8136	8144	8152	8160	8168	8176	8184	8192	8200
66	8195	8202	8210	8218	8226	8234	8242	8250	8258	8266
67	8265	8273	8281	8289	8297	8305	8313	8321	8329	8337
68	8338	8346	8354	8362	8370	8378	8386	8394	8402	8410
69	8415	8423	8431	8439	8447	8455	8463	8471	8479	8487
70	8495	8503	8511	8519	8527	8535	8543	8551	8559	8567
71	8575	8583	8591	8599	8607	8615	8623	8631	8639	8647
72	8655	8663	8671	8679	8687	8695	8703	8711	8719	8727
73	8735	8743	8751	8759	8767	8775	8783	8791	8799	8807
74	8815	8823	8831	8839	8847	8855	8863	8871	8879	8887
75	8895	8903	8911	8919	8927	8935	8943	8951	8959	8967
76	8975	8983	8991	8999	9007	9015	9023	9031	9039	9047
77	9055	9063	9071	9079	9087	9095	9103	9111	9119	9127
78	9135	9143	9151	9159	9167	9175	9183	9191	9199	9207
79	9215	9223	9231	9239	9247	9255	9263	9271	9279	9287
80	9295	9303	9311	9319	9327	9335	9343	9351	9359	9367
81	9375	9383	9391	9399	9407	9415	9423	9431	9439	9447
82	9455	9463	9471	9479	9487	9495	9503	9511	9519	9527
83	9535	9543	9551	9559	9567	9575	9583	9591	9599	9607
84	9615	9623	9631	9639	9647	9655	9663	9671	9679	9687
85	9695	9703	9711	9719	9727	9735	9743	9751	9759	9767
86	9775	9783	9791	9799	9807	9815	9823	9831	9839	9847
87	9855	9863	9871	9879	9887	9895	9903	9911	9919	9927
88	9935	9943	9951	9959	9967	9975	9983	9991	9999	10000

اجمع اللوغاريتمات لتحصل
على ١١٩٥، وهي عبارة عن
٦، ٦ (أو ٢، ٢ X ٣).

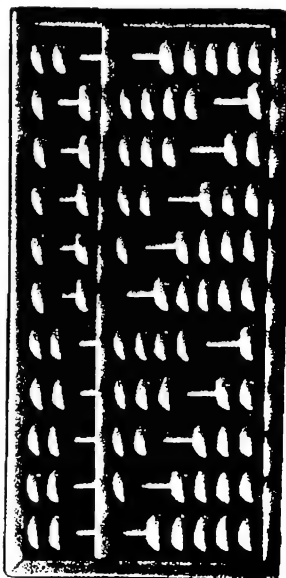
يجب أن أستخدم
قواعد اللوغاريتمات
جدول الانزياح.



وكانت أول الجداول تلك التي أنشأها عالم الرياضيات الاسكتلندي
جون نابير (١٥٥٠ - ١٦١٧)، وكانوا للأساس الطبيعي e. وقد أطلق
عليهم «طبيعي» نسبة للأساس، أو «نابيريان» نسبة إلى مخترعهم.

الحساب

عملية ضرب الأرقام من كل الأنواع والحصول على ناتج تسمى الحساب، وهو متضمن في كل العمليات الرياضية. وكان الحساب يتم في البداية باستخدام الحصى كما كان يفعل اليونانيون القدماء باستخدام الحصى للقيام بالحسابات الأولية. وأصل كلمة يحسب Calculate في اللغة الإنجليزية هي كلمة «Calculus» اللاتينية والتي تعني «حصة».

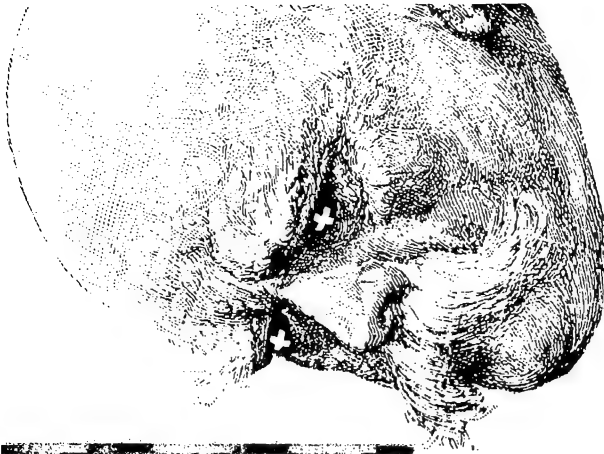


	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7450	7406	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
2	7530	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
4	7686	7694	7701	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	5	6	6	6
6	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
7	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
8	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	5	6
9	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
10	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
11	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
12	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
13	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
14	8373	8376	8382	1	1	2	3	3	4	5	5	6
15	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	3	4	5	6
16	8488	8494	8500	1	1	2	2	3	3	4	5	6
17	8549	8555	8561	1	1	2	2	3	3	4	5	6
18	8609	8615	8621	1	1	2	2	3	3	4	5	6
19	8669	8675	8681	1	1	2	2	3	3	4	5	6
20	8727	8733	8739	1	1	2	2	3	3	4	5	6
21	8785	8791	8797	1	1	2	2	3	3	4	5	6
22	8842	8848	8854	1	1	2	2	3	3	4	5	6
23	8899	8904	8910	1	1	2	2	3	3	4	5	6
24	8954	8960	8965	1	1	2	2	3	3	4	5	6
25	9009	9015	9020	1	1	2	2	3	3	4	5	6
26	9063	9069	9074	1	1	2	2	3	3	4	5	6
27	9117	9122	9128	1	1	2	2	3	3	4	5	6
28	9170	9175	9180	1	1	2	2	3	3	4	5	6
29	9222	9227	9232	1	1	2	2	3	3	4	5	6
30	9274	9279	9284	1	1	2	2	3	3	4	5	6
31	9325	9330	9335	1	1	2	2	3	3	4	5	6
32	9370	9375	9380	1	1	2	2	3	3	4	5	6
33	9420	9425	9430	1	1	2	2	3	3	4	5	6
34	9469	9474	9479	1	1	2	2	3	3	4	5	6
35	9518	9523	9528	1	1	2	2	3	3	4	5	6
36	9566	9571	9576	1	1	2	2	3	3	4	5	6
37	9614	9619	9624	1	1	2	2	3	3	4	5	6
38	9661	9666	9671	1	1	2	2	3	3	4	5	6
39	9708	9713	9717	1	1	2	2	3	3	4	5	6
40	9754	9759	9763	1	1	2	2	3	3	4	5	6
41	9800	9805	9809	1	1	2	2	3	3	4	5	6
42	9845	9850	9854	1	1	2	2	3	3	4	5	6
43	9890	9894	9899	1	1	2	2	3	3	4	5	6
44	9934	9939	9943	1	1	2	2	3	3	4	5	6
45	9978	9983	9987	1	1	2	2	3	3	4	5	6

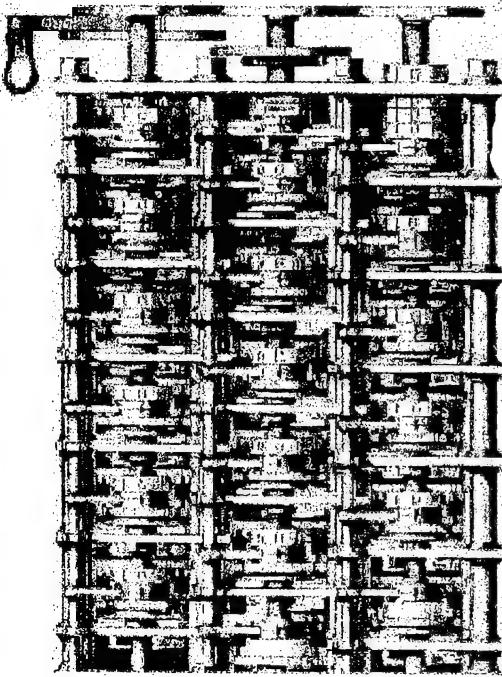
وحتى هذه الأيام يعتبر عداد أباكوس (ذو الخرزات على الأسلاك) هو أوسع جهاز عد انتشاراً. وحتى في هذه الأيام، المستخدم الماهر لهذا العداد يستطيع أن يعد الخرزات أسرع من الوقت الذي يستهلكه مشغل لوحة المفاتيح الرقمية للبحث عن المفاتيح.

وقد ظهرت آلات الحساب فى صورتين أ،
تقتصر على القيام بالطرح والجمع، والآلات
بالضرب والقسمة فقط





وفى عام ١٨٢٢ قام عالم الرياضيات والمخترع الإنجليزي تشارلز باباج (١٧٩٢ - ١٨٧١) ببناء آلة جمع صغيرة . وبعد عشرة سنوات قام بتركيز تفكيره فى «آلة الطرح»، والتي اعتبرت بداية الحاسب الرقمى. بعد ذلك تم توظيفه فى مشروع إنشاء الموتر التحليلى» والذى لم يبن أبداً وتوجد الآن صورة منقولة عن جزء منه قد تم بناؤه، فى متحف لندن العلمى.



والحسابات ،
مهما كانت معقدة. لا تكنى
لحل المسائل فى كل الأحيان.
فى بعض الأحيان نحتاج إلى
المعادلات



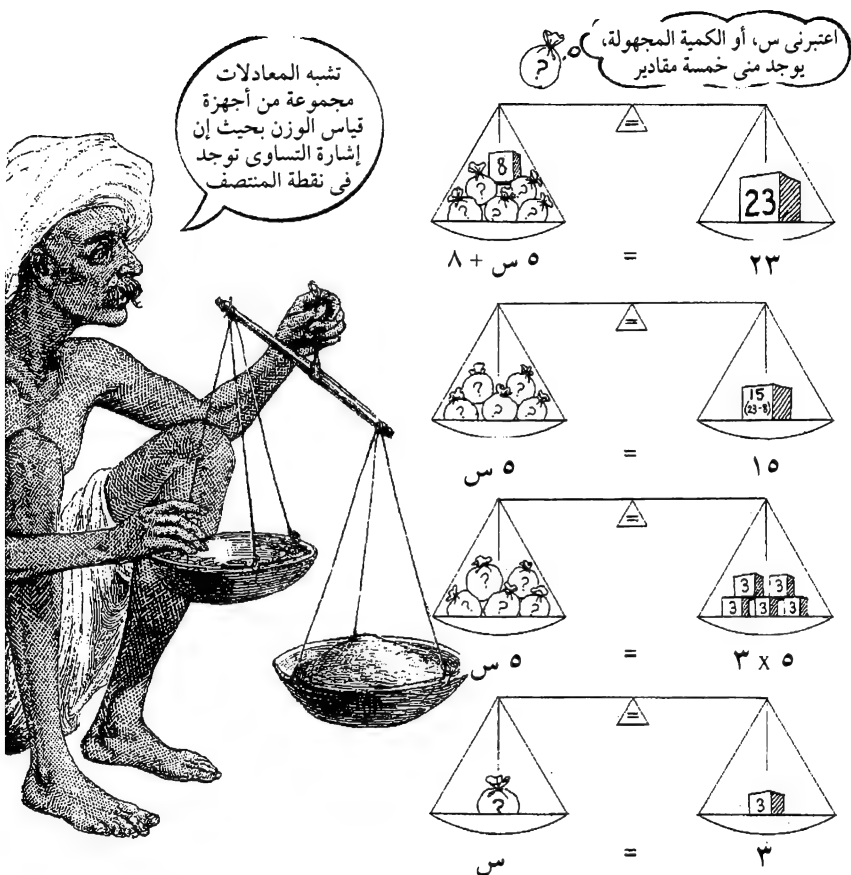
المعادلات

المعادلات هي لب الرياضيات، وهي تستخدم في كل أفرع الرياضيات البحتة والتطبيقية عدا الرياضيات البدائية جداً. وكذلك تستخدم المعادلات في العلوم الفيزيائية والحيوية والاجتماعية. وكما هو متضمن في اسمها، فالمعادلات تنص على تساوى تعبيرين وغالباً ما تتضمن كميات غير معروفة وتسمى بعضها بالمتغيرات والبعض الآخر بالثوابت أو العوامل. وتستخدم المعادلات كذلك في تعريف الكميات المختلفة أو النص على العلاقة بين بعض المتغيرات.



وقبل اختراع المعادلات كانت المسائل الرياضية تحل بطرق معقدة بارعة جداً، والآن تم اختصارها إلى صيغة بسيطة جداً.

فى المعادلة $5س + 8 = 23$ ، $س$ هو المجهول المطلوب حسابه ، من الممكن حساب قيمة $س$ بطريقة التجريب والخطأ، أو بطريقة بسيطة (وهى طرح 8 من كلا الجانبين وبه ذلك القسمة على 5).



وهذه المعادلة تتحقق أو تُحل عندما تكون $س = 3$ عند ذلك يكون كلا جانبي المعادل متساويين. وعندما تكون كل قيم المتغيرات تؤدي إلى تحقق المعادلة، تسمى المعادلة فى هذه الحالة بالمتطابقة. على سبيل المثال، المعادلة $(س + ص) = 2$ $س^2 + 2س - ص^2$ تسمى متطابقة لأنها صحيحة لكل القيم الممكنة للمجاهيل. وهذه المتطابقات مفيد جداً فى المعالجة الجبرية البارة، حيث تقوم بإبدال التعبيرات المعقدة جداً بأخرى أبسط.



المعادلات الخطية
تحتوى على متغيرات مرفوعة إلى أس واحد
مثل $5س + 8 = 23$
وسميت هذه المعادلات كذلك لأنهم عندما
يتم رسمهم فى رسومات بيانية يكونون على
صورة خط مستقيم



المعادلات التربيعية
تحتوى على متغير واحد مرفوعاً للأس ٢.
هذه المعادلات لها دائماً جذران ومن الممكن أن يكونا
متساويين. على سبيل المثال : المعادلتان $س^2 = 4$ و
 $س^2 - 3س + 3 = 5$ معادلتان تربيعيتان لهما جذران (٢، -٢)
و (٠، ٢) على الترتيب. أما المعادلة
 $س^2 - ٤س + 4 = 0$ فلها جذران
متساويان وهما $س = 2$



المعادلات التكعيبية
يكون فيها متغير واحد مرفوعاً للأس ٣، وهى لها
ثلاثة جذور دائماً بالرغم من أن يكون اثنان منهما أو
الثلاثة متساويين. ومن الممكن أيضاً أن يكون أحد
الجذور (أو اثنان) عدداً مركباً ولا يمكن أن يكون ثلاثة
أعداد مركبة. والمعادلة $س^3 - 3س + 2 = 0$
معادلة تكعيبية لها جذور $س = 1, 2, 3$

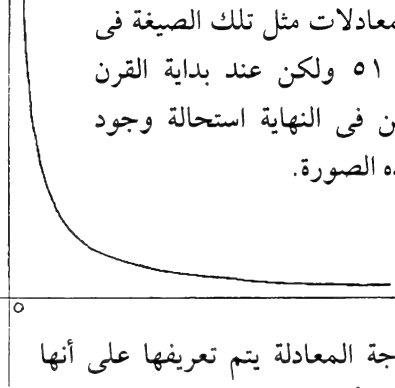
وتسمى المعادلات الخطية والتربيعية والتكعيبية معادلات من الدرجة الأولى والثانية والثالثة على الترتيب. والمعادلات حتى الدرجة الرابعة يمكن تمثيل جذورها بصيغة رياضية تتضمن جذوراً تربيعية وبعض الحسابات مثل المعادلة $أس^2 + ب س + ج = ٠$ صيغة جذورها تكون :

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$



لا توجد حدود لدرجات هذه
المعادلات الجبرية ولكن هناك
حدود فاصلة عند المعادلات
الخماسية، فعلى مر العصور كانت
هناك محاولات لإيجاد صيغة لجذور
تلك المعادلات مثل تلك الصيغة في
صفحة ٥١ ولكن عند بداية القرن
١٩ تبين في النهاية استحالة وجود
مثل هذه الصورة.

والمعادلات من الممكن أن
تحتوى على أكثر من متغير فى أحد
حدودها، ومثال لذلك المعادلة :
س ص = ١ المعادلة الهندسية
التي تصف «القطع الزائد».



ودرجة المعادلة يتم تعريفها على أنها
مجموع الأسس للمتغيرات المختلفة فى
الحد الذى يحتوى على أعلى هذه الأسس
ومثال لذلك المعادلة :

$$٥س + ٧س^٣ + ٣ص^٣ + ج س^٢ ص^٥ = ٠$$

أعلى حد فى الأسس هو ج س^٢ ص^٥



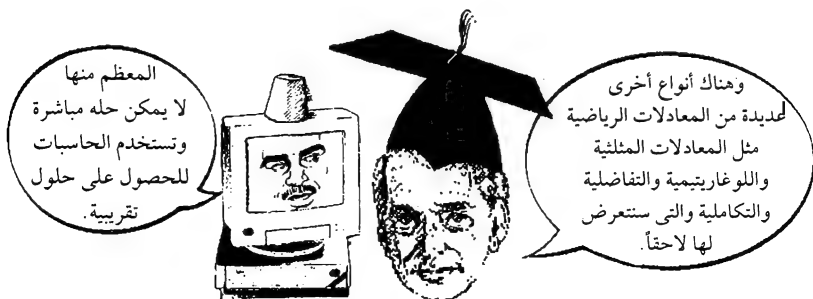


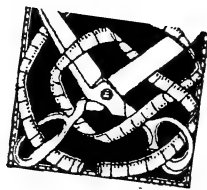
عندما تكون هناك معادلة واحدة تحتوى على متغيرين فهي غير قابلة للحل بالطبيعة، ولكن إذا كان لدينا اثنان من هذه المعادلات، من الممكن أن نقوم بحلهم لإيجاد قيم كلا المتغيرين.

وعندما يكون لدينا مجموعة من معادلتين أو أكثر فى متغيرين أو أكثر فمن الممكن حلهم آنياً بمعالجة بسيطة.
وكمثال لذلك :

- (١) $2س + س ص = ٣$ $٠ = ٢ + س ص$
- (٢) بضرب المعادلة الأولى فى ٢ نحصل على $٤س + ٢س ص = ٦$ $٠ = ٦ + س ص$
- (٣) وبطرح المعادلة الثانية من هذه المعادلة نحصل على $٣س + ٦ = ٠$
- (٤) لذلك $س = -٢$

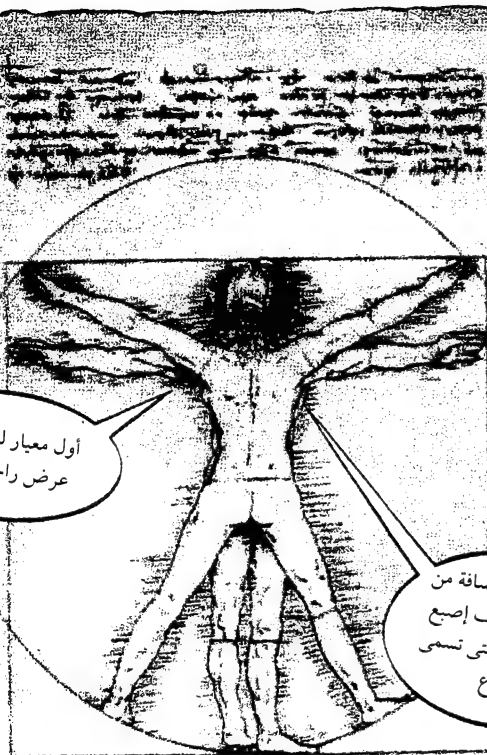
وبالتعويض عن قيمة س فى المعادلة الأولى نجد أن $ص = -\frac{١}{٢}$
وهناك بعض المعادلات الآتية الأكثر تعقيداً من ذلك ومن الممكن أن تحل بنفس الطريقة.





القياسات جزء مهم جداً من الرياضيات ،
فنحن نقوم بقياس كل شيء تقريباً. وتنوع
القياسات من الوقت والأبعاد والأوزان
والساعات والحجوم والكهرباء والحرارة وحتى

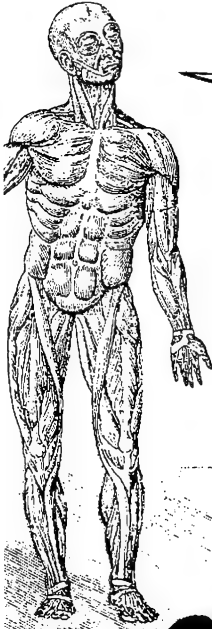
المسافات التي تفصلنا
عن النجوم، وكذلك
نقوم بقياس طاقات
مكونات النواة والعديد
من الأشياء الحميدة
مثل الذكاء ومتغيرات
البيئة.



أول معيار للقياس كان
عرض راحة اليد ...

... والقدم والمسافة من
المرفق إلى طرف إصبع
اليد الأوسط والتي تسمى
بالذراع

الدولي» من النظام المترى الذى وضعه الفرنسيون أثناء
نسى. وهذا النظام يمدنا بمجموعة من الوحدات



وفى هذه الأيام تبين
القياسات على العلم

قمة من الكميات
المتر (م) للطول ،

زمن ،

حجم) للكتلة.

ت العملية يتم التعبير عنها فى صورة أسس

عدة مثل المليمتر (مم) للطول ، والذى

من المتر.



ويشذ الوقت

من هذه القاعدة حيث

إن كل محاولات الفرنسيين
لتقسيم الشهر إلى ثلاثة عقود
مكونة من عشرة أيام ، واليوم
إلى عشر ساعات ، والساعة
إلى مائة ثانية قد باءت بالفشل
ولذلك بقى النظام الذى

اخترعه البابليون قائماً

وكل وحدة أساسية لها تعريف وطريقة قياس محددة من قبل الهيئات الدولية الرسمية،
بالتبع تغير هذه التعريفات كلما ظهرت طرق قياس أفضل.



وبدا تعريف المتر
على أنه ١/٤٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠
من محيط الكرة الأرضية
وفي هذا القرن تم قياس المتر
عن طريق سرعة الضوء وفي
هذه الأيام يقاس بالطول
الموجي لضوء ذى
لون محدد

ولا تزال بعض الدول تستخدم
نظام الملكى القديم الذى يحتوى
لمى الرطل والباردة وثمان الجالون

وربع الجالون. ولكن مقياس ثمن الجالون وربع الجالون
والجالون الأمريكى يساوى أربعة أخماس نظيره الإنجليزى،
لذلك فإن السيارات الأمريكية التى تستهلك وقوداً أكثر بالنسبة
لعدد الأميال الأقل الذى تقطعه لكل جالون ...



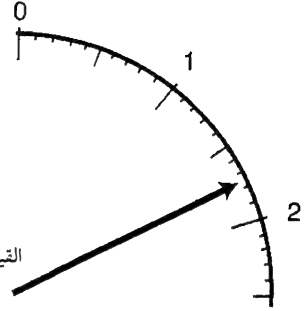
... لا تعتبر على
هذا الحد من
السوء !



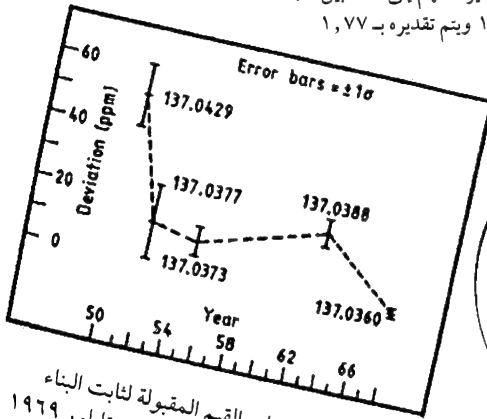
ملعون
كولنيل !

ويلاحظ أن العد والحساب دائماً ما يتعلقان بأرقام منفصلة ومنفردة ، ولذلك يتضمنون أرقاماً فعلية وعلى النقيض فإن القياسات تهتم بمقادير متصلة . ولا يوجد قياس مثالي يعطى القيمة الفعلية للكمية المقاسة، فعندما تتم مقارنة الشيء الذى نريد قياسه مع معيار معين فإننا نحاول تقريب القراءات بين نقطتين على أدق مقياس. لذلك فإن كل تقرير عن

القياسات المعقدة يتضمن (أو يجب أن يتضمن) «عمود للخطأ» ليوضح المقدار المضاف من عدم التأكد المصاحب لهذا القياس.



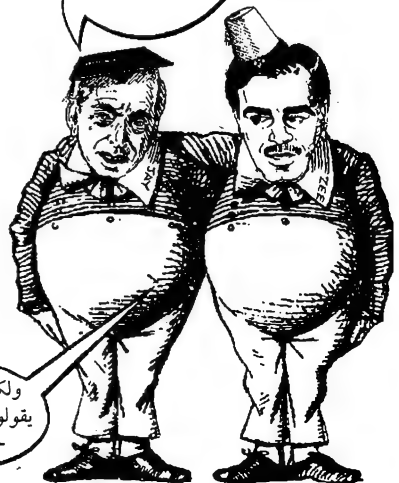
القياس يشير السهم إلى نقطة بين ١,٧ و ١,٨ ويتم تقديره بـ ١,٧٧



شكل ١ تتابع القيم المقبولة لثابت البناء الدقيق $X-1$ (مأخوذ من ب. ن. تايلور ١٩٦٩ : الثوابت الأساسية والديناميكا الكهربائية الكمية ، لندن ، أكاديمي ص ٧)

القياسات التى لا تحتوى على أعمدة الخطأ تشبه المنتجات التى ليس لها علامة تجارية؛ يحرم مستخدمو هذه المنتجات من المعلومات الهامة عن جودتها

ولكنهم ظلوا يقولون هذا طول حياتهم !



ومنذ عصور ما قبل التاريخ ظلت القياسات تستخدم في البناء والتصميم. وقد اكتشف علماء العمارة أن الآثار القديمة الباقية مثل Stonehenge كانت تقام بدقة شديدة لملاحظة بعض الأحداث الفلكية، وبالتالي كانت أساساتها تتطلب دقة هندسية في التصميم. وكذلك تم تصميم كنائس أوروبا medieval بنسب دقيقة حتى أن نظرية النسب الإلهية كانت هي أساس المعمار والفن في عصور النهضة.

وقد مثلت الأهرام المصرية العظيمة تحدياً أعظم لأجيال من علماء المعمار.

هل كانت
نسبهم تعبر عن علاقات
رياضية سحرية خاصة ؟



لا زلت
أعتقد أنها تعود
بالنفع في
مجالات كثيرة

وتربط رياضيات
التصميم بين الرياضيات
العملية والرياضيات النظرية
التي تم التوصل إليها في
الحضارة اليونانية

إمكانية عمل
الزوايا القائمة مثل ركن
المربع تفيد جداً في
وضع الأساسات
الأرضية

كان معروفاً
عند البابليين أن هناك
بعض المثلثات
قائمة الزاوية

إذا كانت أضلاع
المثلث لها أطوال ٣،
٤، ٥ أو ١٢، ١٣، ١٤ فإن
الركن المقابل للضلع
الطويل يكون قائماً

توجد بين هذه الأرقام علاقة
خاصة :

حيث $25 = 24 + 23$
وكذلك $213 = 212 + 25$

ما الذي
تدعوه
مربعاً ؟



وقد قام الرياضيون اليونانيون
بعمل مجموعات من هذه
الثلاثيات، عن طريق تطبيق
طرق حسابية لإيجادهم بالطبع



ولكن
اليونانيين قاموا
بوضع نظرية

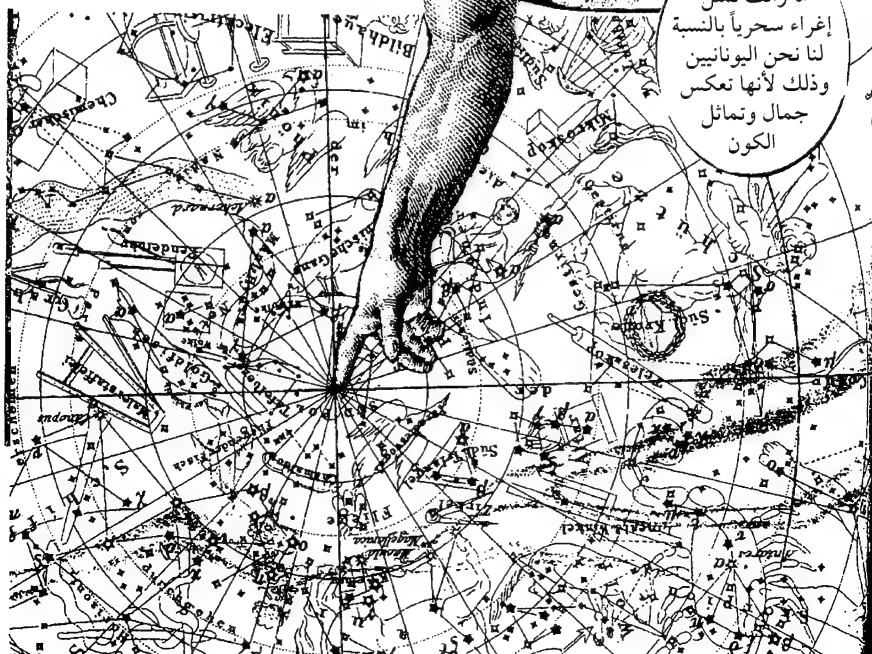
الرياضيات اليونانية

منذ بداية القرن السابع قبل الميلاد قام اليونانيون بفصل استنتاج قوانين الطبيعة عن الأسئلة الدينية المتعلقة بالعلاقة بين الإنسان وآلهته. وقد قيل إن رجل الدولة الرياضى قد قام بجلب علم الرياضيات

من مصر إلى اليونان، وهذا الموقف ميز كل العلوم والرياضيات اليونانية القديمة، حيث بحث اليونانيون عن نظريات الطبيعة التى تفسر الأرض والسماء.

قمت باستكمال
الهندسة المصرية
وأعطيت توضيحات
للظواهر الطبيعية

ولكن الأرقام
ما زالت تمثل
إغراء سحرى بالنسبة
لنا نحن اليونانيين
وذلك لأنها تعكس
جمال وتماثل
الكون



لم أكن عالم رياضيات فقط
ولكنني قائد مدني ومؤسس العبادة
الصوفية التي تدعو إلى الزهد والتشفي
عن الأنشطة والأطعمة المختلفة

اكتشف فيثاغورث أن
النغمات الموسيقية البسيطة
تتكون بالاندماج من آلتين
لهما أطوال متناسبة . يتم
اندماج الأوتكاف بواسطة
وترين طول أحدهما نصف
طول الآخر، أما في حالة
الخمس فتكون النسبة ٣:٢ .

أدى ذلك إلى
أن نؤمن بأن الرياضيات
تعكس جمال والوهية العلاقات
حيث تحمل الأرقام الإجابة
على أي شيء ولها
خاصية سحرية

وقد نُسب إلى فيثاغورث نظرية شهيرة تم تسميتها باسمه
والتي تنص على: في المثلث قائم الزاوية يكون مجموع مربعي
طولي الضلعين مساوياً لمربع طول الوتر أي أن $a^2 + b^2 = c^2$
ح^٢ . وهذه النظرية كانت موجودة قبل فيثاغورث ولكنه هو
أول من قام بإثباتها. وبالرغم من أن هذه الرواية لم تُعرف إلا
بعد وفاته بمئات السنين، إلا أنها تبدو متوافقة مع ما هو
معروف عن فيثاغورث، حيث إنه قام بتغيير الرياضيات من
كونها مجرد دراسة عملية إلى علم له دلالات فلسفية.



وقد أعجب من ساروا على نهج فيثاغورث بالأشكال الهندسية المنتظمة بكل أنواعها المضلعات والأجسام الصلبة المنتظمة والتي يوجد منها خمسة أشكال فقط، وقد ذكر في أسطورة ما أنهم واجهوا أزمة كبيرة عندما اكتشفوا أن بعض العلاقات في هذه الأشكال لا يمكن التعبير عنها في صورة نسب للأرقام. وكان أسهل هذه الأزمات هو التحقق من نسبة طول قطر المربع إلى طول ضلعه، والمعروف الآن أن ...



متناقضات "زينو"

كانت شهرتي
ناتجة عن المتناقضات التي
تحدثت بها الأساسيات التي
بيني عليها اعتقادنا عن الفضاء
والوقت والتغير

حاول زينو أن يبين أنه سواء تخيلنا أن الفضاء يمكن تقسيمه
تقسيماً نهائياً أو لا نهائياً أو سواء اعتبرنا الحركة البسيطة أو
النسبية سنصل إلى تناقض ، وقد وضع ذلك باستخدام أربعة
متناقضات.

وأشهر تلك المتناقضات هي التي تهتم بالتسابق بين أشيلس
(أفضل عداء) والسلفاة. فيقفزة واحدة يستطيع أشيلس أن
يقطع نصف المسافة التي تقطعها السلفاة ويكرر ذلك مرات
عديدة...



باستخدام هذا التحليل كيف يمكننا تفسير تغلبه على السلفاة ؟

بالطبع لسنا في حاجة إلى ذكر أنه
سيحصل ذلك بعد عدد لا نهائي من
القفزات. في الرياضيات الحديثة لا
نستطيع التحدث عن الحد الأخير أو
اللانهاية في متابعة.

وهذا التناقض يوضح أننا إذا جعلنا الفضاء مقسماً تقسيمياً لا نهائياً، سنصل إلى
تناقضات في وصف الحركة.

هناك أربعة متناقضات أخرى لزينو عن الحركة وأخرى عن التغير بوجه عام، وإليك المثال التالي. بفرض أننا أعطينا الأوامر التالية ...



وقد قام الفلاسفة بملاحقة زينو في كل لحظات حياته ولكن مثل أشيلس لم يتمكنوا من اللحاق بفريستهم تماماً. ربما كان لدى زينو شيء يريد أن يخبرنا به عن علم الرياضيات، فنحن نحب أن يكون هذا العلم واضحاً ولكنه في الحقيقة متناقض.

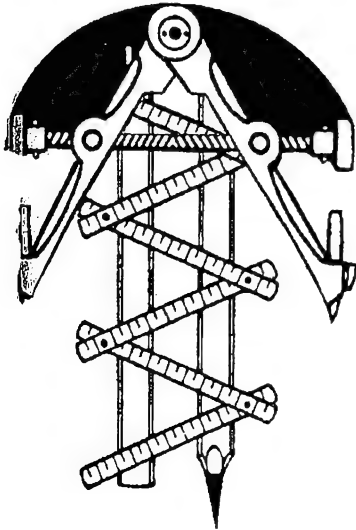
إقليدس

(٣٢٣ - ٢٨٥ ق . م.)



كانت لأفكار إقليدس تأثيرات ضخمة على علم الرياضيات في الغرب حيث إنها تعتبر الأساس للهندسة. وقد قام بتنظيم إثباتات تقليدية مبنية على بعض «الأعمال» باستخدام بعض الأدوات المثالية مثل المسطرة والفرجار (لعمل أقواس من دوائر). باستخدام هذه الأعمال يمكنك إثبات أشياء عن هيئة الأشكال دون استخدام الأمثلة الرقمية، وكان هذا هو التغيير الكبير

في الرياضيات اليونانية - فكرة الإثبات العامة المختصرة.



وفي عمله «العناصر» قدم إقليدس أساسياته المشهورة للهندسة وقام بتعريف الأعمال المسموح بها في الإثبات (وهناك بعض الأعمال الأكثر تعقيداً والتي كانت معروفة بتحويل بعض الإثباتات الصعبة إلى صورة سهلة ولكنها لم تكن تعتبر «هندسية»). وبعد تعريف عناصره الأساسية مثل «النقطة» و«الخط» قدم إقليدس خمس ملاحظات شائعة عن الكمية وكذلك خمسة افتراضات للأعمال.

الملاحظات الشائعة :

١- إذا ساوى شيان شيئاً ثالثاً فإن الثلاثة يكونون متساوين

$$أ = ب ، ب = ج ، أ = ب$$

٢- إذا أضيفت كميات متساوية إلى كميات متساوية كان

$$الناتج متساوياً = + = =$$

٣- إذا طرحتم كميات متساوية من كميات متساوية كان

$$الناتج متساوياً = - = =$$

٤- الأشياء المتطابقة تكون متساوية $\odot = \odot$


٥- الكل أكبر من الجزء **الكل**


الافتراضات :

من المسلم به أنه في المستوى :

١- يمكن رسم الخط بين أى نقطتين. $\circ - - - - \circ$

٢- يمكن مد أى خط من كلا الجانبين بدون حد.

٣- يمكن رسم دائرة بأى نصف قطر حول أى مركز. 

٤- كل الزوايا القائمة متساوية. 

٥- الخطان اللذان يقطعان خطاً ثالثاً بحيث كان مجموع الزوايا

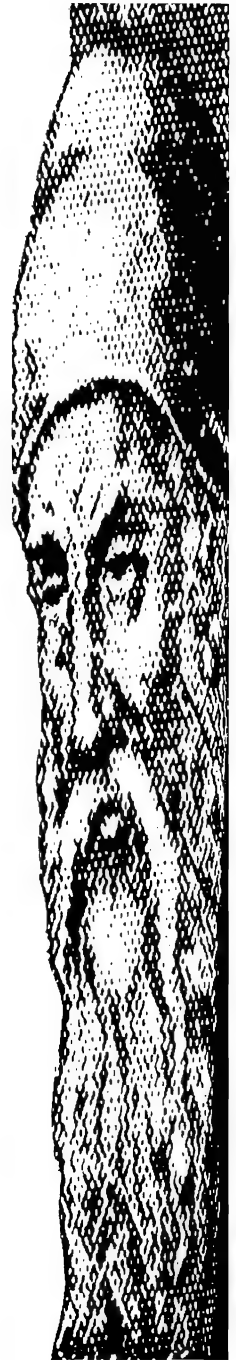
الداخلية أقل من زاويتين قائمتين يجب أن يتقاطعا فى نقطة . وأول

ثلاث نقاط تعرف أعمالاً أما الاثنان الباقيان فهما نظريات.

الافتراض الخامس يسمى «افتراض التوازي» وقد ظل هذا

الافتراض تحدياً للرياضيين من بعد إقليدس. وفى الواقع فإن هذا

الافتراض يعتبر المفتاح الذى يصف نوعين مختلفين من الهندسة.





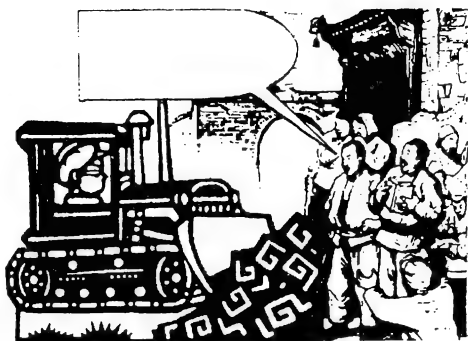
وباستخدام هذه الأساسات اتجه إقليدس لإثبات كل النتائج الهندسية في عصره وحتى نظرية فيثاغورث. وبغض النظر عن صعوبة مسلماته (والمعتبرت فيما بعد أنها حقائق ذاتية الإثبات، وكذلك الاستنتاجات الناتجة عنه تم التعامل معها على أنها حقائق أيضاً). وقد تم التعامل مع الهندسة على أنه مثال عظيم للمعرفة الحقيقية التي يمكن الوصول إليها بالعقلانية الإنسانية وحدها.

وجاء بعد إقليدس رياضي عظيم جداً وهو أرشيميدس (٢٨٧ - ٢١٢ ق.م.). وضع أرشيميدس طرقاً لقياس مساحة الأشكال الدائرية وكذلك مساحة سطح الأجسام المنحنية مثل الكرة والأسطوانة، وقد استنتج قيمة تقريبية لـ π .



الرياضيات الصينية

لم يَقم الصينيون باستخدام الإثباتات الثابتة التي وجدناها في «عناصر إقليدس» وذلك لأنهم لم يعجبوا بالمنطق الثابت. كان الصينيون، مهتمين بالتطبيقات العملية للأفكار ولم يدرسوا الرياضيات من أجل الرياضيات. وبالطبع لم يمنعهم ذلك من وضع



إثبات للمثلث القائم الزاوية والذي كان مختلفاً تماماً عن نظرية فيثاغورث. وعلى عكس اليونانيين لم ينزعج الصينيون من الأرقام الصماء (وهي تلك الأرقام التي لا يمكن التعبير عنها على صورة نسبة بين رقمين صحيحين أو الأرقام غير النسبية). ولتمييز الأرقام السالبة - على سبيل المثال - استخدم الصينيون سيقاناً حمراء بدلاً من اللون الأسود!

وقد قام الصينيون بالتدريب على الجبر دون استخدام رموز بكتابة كل أفكارهم في صورة كلمات. وقد استخدموا لوحة للعد في الجبر وكذلك في كل الاكتشافات الرياضية الأخرى. وقد طور الصينيون عن طريق العالم صنج ديناستي (٩٦٠ - ١٢٧٩) بعض الملحوظات للتعامل مع المعادلات حتى الأس التاسع. وقد استطاع الصينيون حل المعادلات الآتية الخطية (في مجهولين أو أكثر) وكذلك المعادلات التربيعية.

原本直推算法統宗卷之二

新安 賓集程大位汝思甫 編

分法別實左右圖

法 實

初學盤式 (左) (右)

萬	千	百	十	兩	錢	分	一	百	十	合
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

實之首位 實之末位 法之首位 法之末位

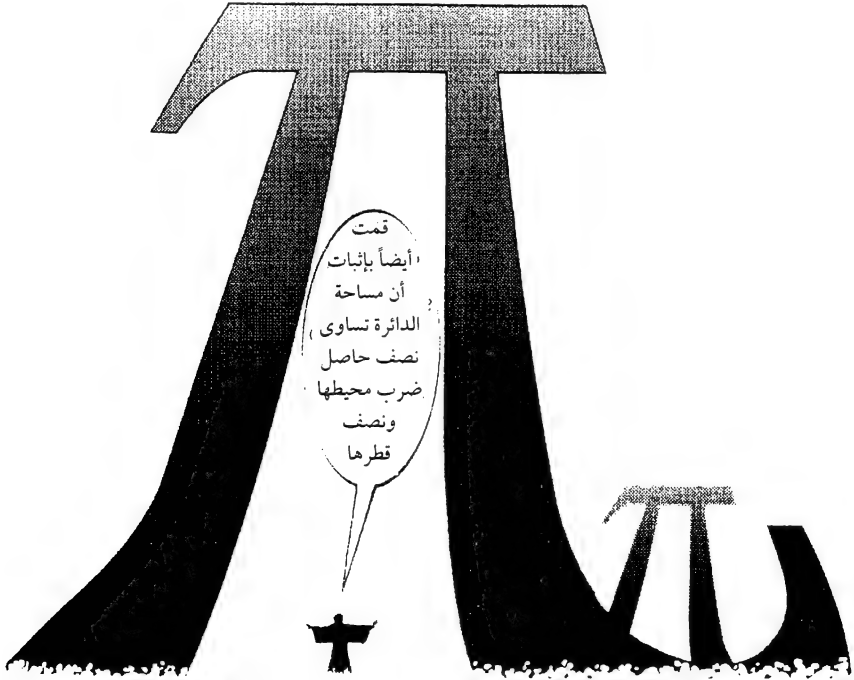
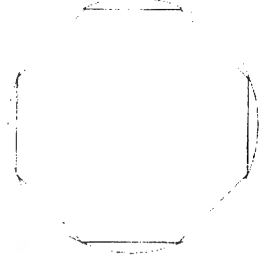
實爲子 爲前位上位 爲次位下位 法爲母 靜

○凡一至九粟位者用此實物爲實以價爲法呼九九合數口十就身言如隔位從末位算起用九歸還原

وقد اهتم الصينيون أيضاً بالمربعات السحرية التي يتم ملء
خاناتها بأرقام عندما تُجمع تعطى نفس الرقم، ويطبق هذا على
الصفوف الرأسية والأفقية والقطرية أيضاً. واخترع الصينيون
مكعبات ثلاثية الأبعاد لها نفس الخاصية. وظل الصينيون
مشوقين للبحث عن قيمة دقيقة لـ «ط». وقد استنتج «ليو هوى»
(وهو أحد علماء الرياضيات القدماء في الصين) قيمة لـ «ط»

4	9	2
3	5	7
8	1	6

حتى أربع علامات عشرية. وبنى ليو هوى طريقته على
«طريقة الاستنزاف» حيث من الممكن وضع مضلع داخل
الدائرة وعن طريق زيادة عدد أضلاعه حتى تصل أطوالها
إلى حد من القصر يمكننا معه مساواة المضلع بالدائرة.



وفي القرن الخامس بعد الميلاد قام الفريق المكون من الأب والابن تسو تشونج تشيه
وتسو كنج تشيه بالحصول على قيمة لـ ط تساوي ٣, ١٤١٥٩٢٦ و ٣, ١٤١٥٩٢٧. لم
يتم التوصل لهذا الرقم في العالم الغربي حتى القرن السابع عشر.

تشيو تشانج

هو أشهر كتاب فى الرياضيات الصينية، ولا نعرف من كتبه ولا متى تمت كتابته بالتحديد ولكنه يفترض أنه يعود إلى آخر سلالة «تشين» أو بداية سلالة «هان» (القرن الأول بعد الميلاد).

وهذا الكتاب يغطى الموضوعات التالية :

- مراجعة أساسية (مع قواعد الجمع والطرح للكسور) والنسب (النسب المئوية).
- التوزيع النسبى (المتواليات الهندسية والحسابية بالإضافة إلى قاعدة الثلاثة).
- قياسات أولية (إيجاد الجذور التربيعية والتكعيبية بطرق هندسية).
- دليل المهندسين (حجوم الأجسام ثلاثية الأبعاد).
-
- هذا بالإضافة إلى أجزاء أخرى عن الضرائب وبعض الألغاز وطرق الجدولة.

孟子說孩提之童無不知愛其親也只看孩提
父母便一時也難過文王雖聖
孩提

يوضح لنا عمق
كتاب تشيو تشانج مدى تعقيد
الرياضيات الصينية منذ بداية التقويم
الميلادى فى الغرب



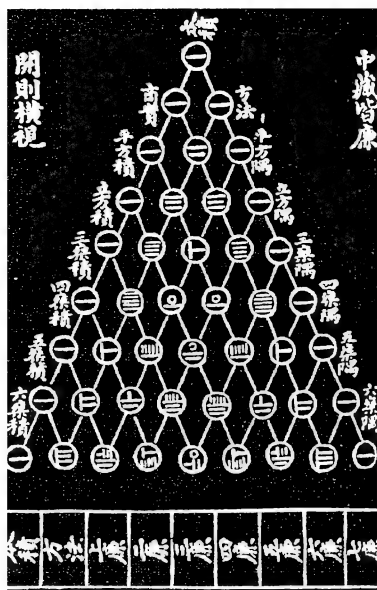
أربعة علماء رياضيات صينيون

يعتبر آخر القرن الثالث عشر وبداية القرن الرابع عشر هي فترة أقصى ازدهار للرياضيات الصينية. وقد عاش خلال هذه الفترة أربعة من أشهر علماء الرياضيات في الصين.



وكان هناك أكثر من ثلاثين مدرسة رياضيات عبر الصين وكانت الرياضيات مادة إلزامية في اختبارات الخدمة الوطنية العامة.

ويعتبر العالم تشين تشيو شاو واحداً من أعظم علماء الرياضيات الصينيين على الإطلاق وقد عمل في الخدمة العسكرية والمدنية وكان كتابه تسعة قطاعات من الرياضيات يتضمن بعض الأفكار الجديدة وقدم تحليلاً غير معروف من قبل (وهو دراسة المسائل التي لها حلول على هيئة أرقام صحيحة).



لاحظ أحدنا الأرقام المصاحبة
 للسينات يظهر نموذج معين. بالنسبة
 للأس الأول (مثل (س+١)) هذه
 الأرقام هي ١، ١؛ وبالنسبة للأس ٢
 (مثل (س+١) ٢) تكون الأرقام ١،
 ٢، ١؛ وبالنسبة للأس ٣ (مثل (س+
 ١) ٣) تكون الأرقام ١، ٣، ٣، ١
 وهكذا. وقد تم تخطيط هذه الأرقام
 في نفس الصورة التي صممها
 باسكال في القرن السابع عشر.

وقد استُخدم مثلث باسكال في حساب الاحتمالات. على سبيل المثال يعطى النصف الثانى التباديل المختلفة عند رمى قطعتى نقود. فهناك احتمال واحد أن تظهر صورتان واحتمالان أن تظهر صورة وكتابة ، واحتمال واحد لظهور كتابتين.



وقد تم توضيح ذلك بواسطة عالم الرياضيات تشيا هسين (١١٠٠ ميلادية) وربما تكون ظهرت قبل ذلك.

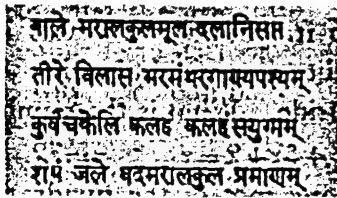
الرياضيات الهندية

تعتمد الرياضيات الهندية (شأنها شأن الرياضيات الصينية) على كل الإثباتات المتنوعة متضمنة التحققات المرئية والتي لم يتم إرجاعها إلى أى نظام استدلالى تقليدى. وقد تطورت الرياضيات الهندية من النظام الذى طوره علماء المنطق وعلماء اللغة الهنديون. وقد تطورت الرياضيات فى الهند فى أربع مراحل واضحة.

مرحلة (الهاريبان) من ٢٥٠٠ ق.م. إلى ١٠٠٠ ق.م. وتضمنت الرياضيات الأولية باستخدام الأحجار ، إلخ.

وتلى هذه المرحلة فترة «فيديك» والتي استمرت لمدة ١٠٠٠ عام والتي اهتمت بهندسة الطقس. وخلال هذه الفترة بدأت «الجنسية» و«البوذية» فى الظهور.

ثم تلى ذلك الفترة التقليدية والتي استمرت تقريباً حتى عام ١٠٠٠ ب.م. وقد اهتم الرياضيون فى هذه الفترة بتطوير المبادئ القديمة مثل الأرقام والخوارزميات والجبر.



قصيدة من أعمال عالم الرياضيات
الهندي باسكارا (انظر الصفحة المقابلة)

والمرحلة الأخيرة فى الرياضيات الهندية هى فترة القرون الوسطى «لمدرسة كيرالا» والتي انتهت فى القرن السادس عشر حيث تم تطوير أفكار أكثر ذكاءً، وسبب انتهاء هذه المدرسة فى كيرالا غير معروف تماماً. وعلى أية حال فقد أثرت مدرسة كيرالا كثيراً فى الرياضيات الأوروبية حيث إن الاكتشافات الرياضية فى أوروبا كانت معروفة مسبقاً لدى علماء الرياضيات فى كيرالا قبل ذلك بحوالى ثلاثة قرون.

هندسة القيـدا (١)

كان هندوس فيديك معجبين جداً بالأرقام الكبيرة التي كانت تشكل جزءاً من المسؤول لدينية لديهم. فعلى سبيل المثال عند مناقشة أمر مثل القربان كانت تذكر أرقام مثل ٠٠٠٠٠٠ مليون. وكان هناك اعتقاد كبير بالأرقام التي تزداد على صورة مضاعفات العشرة، وكلما ازد لرقم أصبح أكثر إثارة.

وهندسة مذهب الكنيسة تعطينا تصوراً للجبر عند هندوس فيديك. فطبقاً لأحد الأنظمة كا مذهب الكنيسة يأخذ شكل شبه منحرف ذي ضلعين متساويين . ويتم زيادة أو إنقاص أطوا لأضلاع بالتناسب مع الطقوس المختلفة. وهناك طقوس مختلفة تتطلب عدم تغير أطوا ضلاع معينة بينما تزداد أو تنقص أطوال أضلاع أخرى.

وقد مكن هذا القادة الدينيين من المسائل الرياضية التي تتطلب حلولاً جبرية. وقد تم وضواعد لهذه العمليات والأسئلة التي تأخذ في اعتبارها عدد الأحجار المستخدمة في ها لتغيرات. وتقدير عدد الأحجار المستخدمة في هذه العملية بحيث لا تتقابل الصدوع ف لطبقات المتتالية أدى إلى استخدام المعادلات الآتية.



(١) الفيدا : هي مجموعة الكتب المقدسة في الديانة الهندوسية، وكلمة الفيدا سنسكريتية تعني «المعرفة»، ولم يبق منها أربعة أسفار. (المراجع).

وقد حسب الرياضيون الهنود قيمة ط لأقرب أربع علامات عشرية.

الطريقة الهندية المعتادة لإيجاد مساحة الدائرة أو حجم الكرة ...



براهما جوبتا

وظهر الجبر فى فترة براهما جوبتا (٥٩٨) (وهو أحد أعظم علماء الرياضيات فى الهند) على أنه فرع منفصل من الرياضيات. وقد كتب براهما جوبتا أبحاثاً غطى فيها بعض النقاط مثل الجذور التربيعية والتكعيبة والكسور وقاعدة الثلاثة والخمسة والسبعة وغيرها والمقايضة. وخلال هذه الفترة تم تقسيم المعادلات إلى أنواع ما زالت تعرف حتى الآن : البسيطة Yavat-tavat والتربيعية varga والتكعيبة ghana والتربيعية الثنائية varga - varga . وقد اهتم براهما جوبتا بالمعادلات الخطية ذات المجاهيل وكذلك المعادلات التربيعية. وكان لبراهما جوبتا العديد من المعلقين الذى نقلوا أفكاره عبر السنين.



ومثل باقى العلماء الهنود
فقد أحب براهما جوبتا
الأرقام غير النسبية مثل $\sqrt{2}$
وحدد قيمتها لدرجة عالية
جداً من التقريب.

أرقام "جاين"

اهتم هندو جاين شأهم شأن هندوس فيديك بالأرقام الكبيرة وكانت لهم طريقة منفردة للتشكير في هذه الأرقام. فقد اقترحوا أن هذه الأرقام تنقسم إلى ثلاث مجموعات وهي المعدودة والغير معدودة واللانهائية. وكل مجموعة تنقسم إلى ثلاث مجموعات. فالمجموعة الأولى على سبيل المثال تنقسم إلى الأرقام القليلة والمتوسط والكبيرة ، أما المجموعة الثانية فتتقسم إلى غير معدودة تقريباً وغير معدودة حقيقياً وغير معدودة غير معدودة. أما المجموعة الثالثة فهي : تقريباً لا نهائى ولا نهائى حقيقى ولا نهائى لا نهائى. ولم تعرف أوروبا قدر هذه الأرقام إلا منذ قرن مضى من خلال أعمال كانتور.

قام أحد علماء الرياضيات التابع
لجماعة جاين وهو ماها فيراشاريا
(١٥٠) باستخدام الأرقام السالبة في
أعماله وذكر الصفر على أنه ...

الرقم الذي إذا قسم
على صفر لم يتغير.

يجب أن يكون
ما لا نهاية

اندماجات فيديك وجاين

كان كل من فيديك وجاين الهنود مغرمًا بالتعامل مع الاندماجات. وأحد مصادر هذا الاهتمام كان قصائد فيديك الشعرية وتغيراتها. وكان بعض هذه الأبيات مكوناً من ٦ مقاطع وبعضها من ٨ أو ٩ ، ١١ أو ١٢ . وكان التحدى هو تغيير الأصوات الطويلة والقصيرة في كل مجموعة مقاطع وإيجاد الاندماجات المختلفة المتاحة. وقد أدى هذا البحث إلى العديد من مسائل التباديل. على سبيل المثال: الروائح التي تنتج من خلط ١٢ مادة في صورة منفردة أو ثنائيات أو ثلاثيات في نفس الوقت.



الشعر الرياضي

تم تناقل الأفكار الرياضية الهندية في صورة الشعر. ويشيع وجود الألغاز الرياضية الشعرية هو :

أخبرتني عذراء جميلة ذات عيون براقّة

منذ تعلمك طريقة العكس

ما هو الرقم الذي إذا ضرب في ٣، ثم ازداد

الناتج بمقدار ثلاثة أرباع حاصل الضرب، ثم

يقسم على سبعة ثم يضرب في نفسه ويتقص

بمقدار ٥٢ ويتم حساب الجذر التربيعي قبل

إضافة ٨ وبعد ذلك يقسم على ١٠ ليعطى

ناتجاً يساوي ٢ ؟

منذ متى
ولدي هذا ؟



يمكن أن
يكون شعراً

إذا كنت غير
معجب بالشعر
فانظر إلى الصفحة
المقابلة حيث توجد
الرياضيات !



الإجابة هي ٢٨ . وإذا أراد أحد
أن يحصل عليها فعليه أن يقوم بها بطريقة
عكسية لما هو مذكور في اللغز لذلك
نقوم بالترتيب $\times ١٠$ ، -٨ ،
() $+ ٥٢$ ، الخ

ها هي طريقة الحل : $28 = 52 + 2[8 - (10)(2)]$

١٩٦

بعد ذلك $14 = \sqrt{196}$

ثم $28 = \frac{(14)(2/3)(7)(7/4)}{3}$ الإجابة

٣

وفي هذه الأيام نغير عن الإجابة بدس ونكتب :

$$2 = 3 \sqrt{(8 + 52 - 2(\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \times 3))}$$

وبدون خلط فإن هذا التعبير المعقد يكافئ تماماً
التعبير القديم وللحصول على حل نجعل س
نصب أعيننا ونحاول أن نجعلها في طرف وحدها
لنحصل على قيمة لها في الطرف الآخر.



راما نوجان

العديد من الرياضيين البديهيين فعلى سبيل المثال
١ - ١٩٢٠) فاشلاً أكاديمياً ولكنه كان عالم رياض
على المذهب التصوفى والميتافيزيقا وكذلك الأ
و كانت طريقة الوصول إلى النتائج العميقة ال
فهم أى أحد وكان نصيره فى انجلترا عالم الرياض
رة بينما كان مريضاً فى أحد المستشفيات.



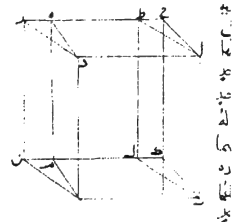
الرياضيات الإسلامية

قام المسلمون بتوحيد الفكر الرياضى فى كل الحضارات السابقة لهم ، حيث قاموا بدمج الجبر والعلاقات الحسابية البابلية والهندية والصينية بالعلاقات الهندسية اليونانية والإغريقية. وكنتيجة لذلك كان علماء الرياضيات المسلمون على درجة عالية من الجرأة فى التعامل مع العمليات الحسابية على الأرقام الصحيحة والكسور وكذلك استخدام وتحويل الأرقام العشرية والسداسية أيضاً استخلاص الجذور التربيعية والعمليات على الأرقام غير النسبية واستخلاص الجذور التكعيبية ودراسة معاملات ذوات الحدين واستخلاص الجذور الرباعية والجذور الأعلى رتبة من ذلك.

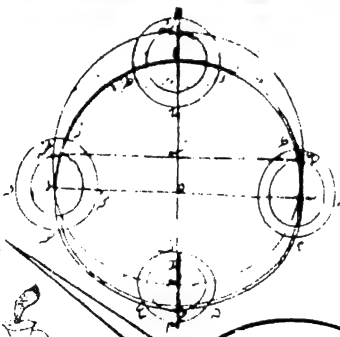


هناك إنجازان عظيمان
مرتبطان بأسماء علماء
الرياضيات المسلمين.

مترجم من نص من كتاب من تأليف الخوارزمي
على الحدود والمقامات في الجبر
الكتاب الأول من كتابه



سواء قولنا ان الجبر ومرتبطا بان برهان ان تم
اذا صيرت لانها لا تقاوم الحجة محكها واخروها
هو ان اولك وذلك الحجة تساوي محسنة لانها
بالاخذ بها محسنة على حد واحد وهو كذا اوس



الأول هو تأسيس
علم الجبر الحديث والذي
أطلقوا عليه اسم «الفن العلمى»
أما الثانى فهو اكتشاف
«حساب المثلثات».

الخوارزمي

محمد بن موسى الخوارزمي (توفي عام ٨٤٧) هو مؤسس علم الجبر الذي نعرفه في أيامنا الآن. قد أتت كلمة الجبر من عنوان كتابه «كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة». وتشق كلمة وازم من اسمه. وقد وضع الخوارزمي كيفية اختصار أى مسألة إلى واحدة من ست صيغ قياسية استخدام عمليتين الأولى تعرف بالجبر والثانية هي المقابلة. وتهتم الطريقة الأولى (الجبر) بنقل الحدود لحذف الكميات السالبة (مثل $س = ٤٠ - ٤$ تصبح $س = ٤٠$).

والمقابلة هي العملية التالية وهي عبارة عن موازنة الكميات الموجبة المتبقية (لذلك إذا كان لدينا $٥ + س = ٢ + ١٠$ س تقوم المقابلة باختصارها إلى $س = ٢١ - ١٠$).

كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة
الشيخ محمد بن موسى الخوارزمي

الشيخ محمد بن موسى الخوارزمي

في هذا الكتاب لم يستخدم الخوارزمي أية رموز كما نستخدم الآن وقام بالتعبير عن الرياضيات بصورة كلمات وباستخدام الكلمات قام باكتشاف حلول للمعادلات التربيعية ووضع المعادلة العامة
 $أس^٢ + ب س + ج = ٠$
 والتي لها حل

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$

قابلنا هذا قبل ذلك في ص ٥١



تطوير الجبر

وقد شرع علماء
الرياضيات المسلمون
بتأني في العمل على المجاهيل
بمساعدة كل الأدوات الحسابية
تماماً كما يتعامل خبراء
الحساب مع المعلومات.

نحن نعرف أن الجبر له هدف مزدوج،
الأول هو التطبيق التقليدي للعمليات
الحسابية الأولية بصورة تعبيرات جبرية،
والثاني هو دراسة التعبيرات الجبرية بغض
النظر عما تمثله وذلك لكي نكون قادرين
على تطبيق العمليات العامة المطبقة
على الأرقام على تلك التعبيرات.

الصموعل (المتوفى عام ١١٧٥)
كان الصموعل هو أول من كتب
النتائج الجبرية في صورة رمزية.

كان أيضاً قادراً على
التعامل مع الأرقام السالبة
والتي اعتبر أن لها كينونة
خاصة.

في كتابي الفخرى
قمت بدراسة «أسس
المجاهيل» المختلفة.

وكذلك قمت
بتطبيق عمليات حسابية
على التعبيرات الجبرية
وأنتجت أول جملة في جبر
«كثيرات الحدود».

الكراجي
(توفي عام ١٠٠٠)

تم استخدام أعمال الكراجي
بواسطة من تبعه لإيجاد قواعد
قسمة كثيرات الحدود واحدة
على الأخرى وكذلك قواعد
إمكانية إيجاد الجذور التربيعية
لكثيرات الحدود.

وننتج عن ذلك «التحليل الاندماجي»
والذي تم تطبيقه بعد ذلك في تحليل
وحساب احتمالات ترتيب الأوراق
وأججار البرد.

تم أيضاً استنتاج
معادلة لمفكوك ذات
الحدين.

وتم عرض جدول
لمعاملاتها وهو مثلث باسكال
الذي كان قد اكتشف بواسطة
علماء الرياضيات الصينيين.

وقد قام عمر الخيام (المتوفى عام ١١٢٣) بمناقشة إيجاد
الجدور من الدرجات الرابعة والخامسة والسادسة والأعلى من
ذلك بطريقة اكتشفها والتي لا تتضمن استخدام الهندسة
ولكنها مكافئة لمثلث باسكال. وكان اكتشافه هذا معاصراً
لاكتشاف المشابه في الصين.

قمت أيضاً
بكتابة الشعر
كفعل جاني

قمت بكتابة كتاب
في الجبر في صورة أبيات
شعرية والذي جعل رموز
الجبر منتشرة بصورة
أوسع في الغرب.

أبو الحسن
القلسدي
(توفي
عام ١٤٨٦)

وبجانب حساب قيمة
«ط» صحيحة لأقرب
ست عشرة علامة
عشرية قدم الكاشي
(المتوفى عام ١٤٢٩)
طرقاً منهجية للتعامل
مع الكسور العشرية.



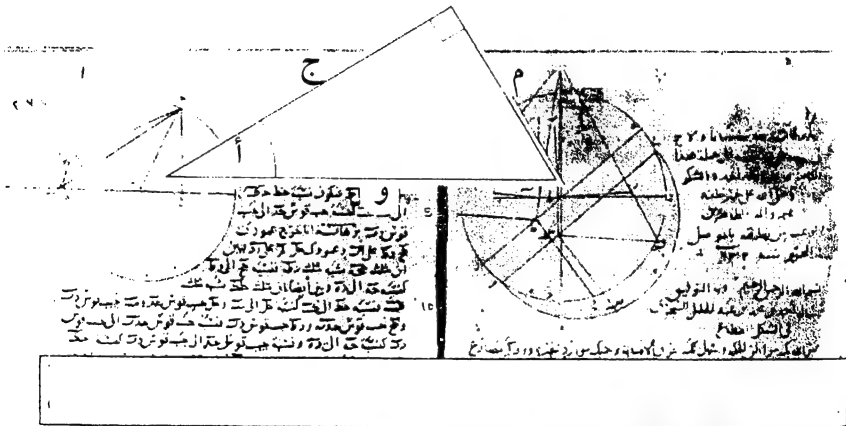
اكتشاف حساب المثلثات

قدم علماء الرياضيات المسلمون النسب المثلثية الستة الأساسية وامتدادهم في حل مسائل حساب المثلثات.

وقد حل حساب المثلثات الحديث محل الطريقة غير البارة لاستخدام الأوتار (المبنية على قطاعات من الدائرة) التي استخدمت بواسطة عالم الفلك اليوناني العظيم Ptolemy (١٠٠ - ١٧٠) ويتم تعريف هذه الدوال بواسطة أضلاع المثلث القائم الزاوية، والمسمون بـ "م" للضلع المقابل لزاوية ما و "ج" للضلع المجاور لها و "و" للوتر، وهذه الدوال هي \sin ، جتا $= \frac{ج}{و}$ ، وظا $= \frac{م}{ج}$ وقد نتج منه هذه التعريفات البسيطة عالم غير مصدق من العلامات. وقد كان حساب المثلثات عبارة عن أعظم تطور هام للرياضيات والفلك والعلوم العملية مثل مساحة الأراضي وبناء الحصون.

والدوال الثلاثة الأخرى هي عبارة عن مقلوب الدوال الأولى وهي :

$$\text{قتا} = \frac{1}{\text{جتا}} = \frac{و}{م} ، \text{قا} = \frac{1}{\text{جتا}} = \frac{و}{ج} ، \text{ظا} = \frac{1}{\text{م}} = \frac{ج}{م}$$



لقد كان هذا الكتاب من أهم الكتب التي كتبت في هذا العلم...
 وقد كان هذا الكتاب من أهم الكتب التي كتبت في هذا العلم...
 وقد كان هذا الكتاب من أهم الكتب التي كتبت في هذا العلم...

هذا الكتاب من أهم الكتب التي كتبت في هذا العلم...
 وقد كان هذا الكتاب من أهم الكتب التي كتبت في هذا العلم...
 وقد كان هذا الكتاب من أهم الكتب التي كتبت في هذا العلم...

البطاني

قام البطاني (المتوفى عام ٩٢٩) بإنتاج عدد من العلاقات المثلثية والتي تتضمن :

$$\frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha}$$

وقام كذلك بحل المعادلة $\sin \alpha = \sin \alpha$ مكتشفاً بذلك المعادلة

$$\frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha}$$

تمت أيضاً
باستخدام فكرة المماس
أو الظل (التي قدمها المرواني
(المتوفى عام ٩٠٠) لأول
مرة) لتطوير معادلة
لحساب ظل الزاوية ومقلوب
الظل. وكذلك تمت بتجميع
جدول لمقلوب الظل.



أبو وفا

استنتج أبو وفا (المتوفى عام ٩٩٨) العلاقات التالية :

$$\text{جا (أ + ب)} = \text{جا أ جتا ب} + \text{جتا أ جاب}$$

$$\text{جتا أ} = ١ - \text{جا أ جتا أ}$$

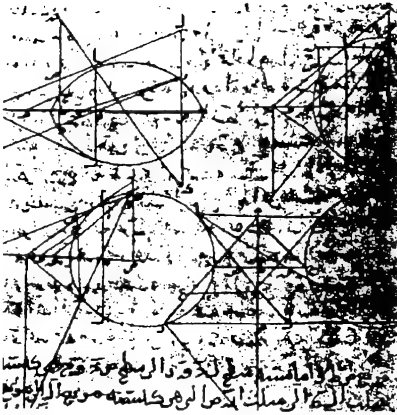
$$\text{جا أ} = ٢ \text{ جا أ جتا أ}$$

وكذلك اكتشف صيغة الجيوب للهندسة الكروية

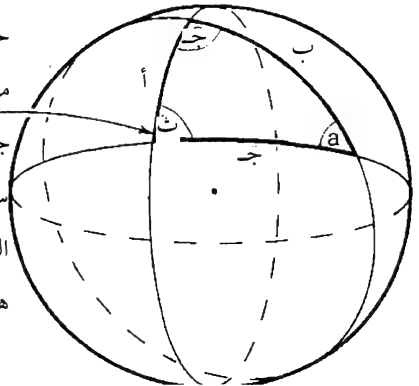
$$\frac{\text{جا أ}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{جا ج}} = \frac{\text{جا ج}}{\text{جا د}}$$



كانت أعماله نافعة جداً لدرجة أنها عبرت أوروبا كلها خلال فترة النهضة . قمت أيضاً بإعداد جداول مثلثية جديدة وطورت طرق حل بعض مسائل المثلثات الكروية .



حيث أ، ب، ج هي أطوال أجزاء الدوائر التي تكون مثلثاً على سطح الكرة مقدرة بالدرجات أما أ، ب، ج فهي الزوايا المقابلة لها . ويتم عمل الدوائر على سطح الكرة بواسطة المستويات التي تمر بمركز تلك الكرة . (في هذه الأيام تتبع الطائرة العابرة للقارات هذه الدوائر حيث إنها تعتبر أقصر مسافة بين نقطتين).



ابن يونس وثابت بن قرة

قام ابن يونس المتوفى عام ١٠٠٩ بتحقيق الصيغة التالية :

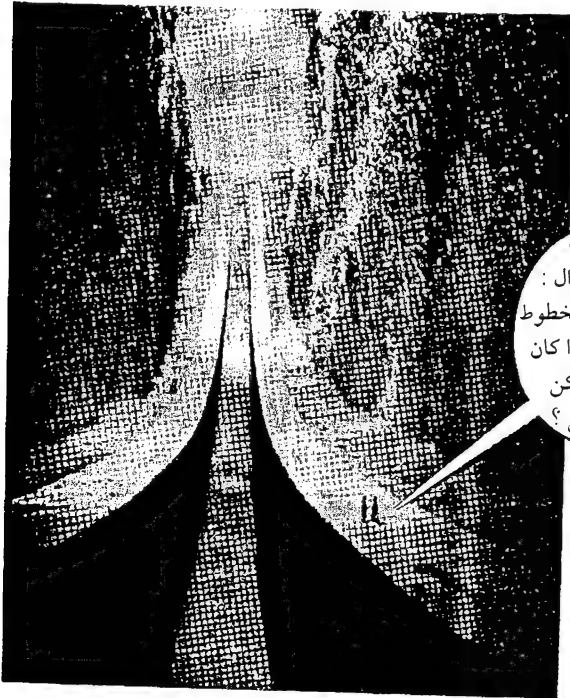
$$\frac{1}{\sqrt{3}} \text{جتا أ} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\text{جتا أ} + \text{ب}) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\text{جتا أ} - \text{ب})$$

وبالرغم من أنها مبنية أساساً على علم المثلثات إلا أنها مكنتنا من تحديد قيمة لحاصل الضرب على صورة مجموع. وفي الوقت الذي كانت فيه عملية ضرب رقمين مكونين من عدد كبير من الخانات تعتبر عملية مملة كانت هذه المعادلة موفرة للجهد بطريقة كبيرة ، بعد ذلك أعطت هذه الصيغة بوادى نشأة اللوغاريتمات والتي قامت بنفس المهمة بصورة مباشرة، أيضاً أدت هذه الصيغة إلى الصيغة الأساسية لحساب المثلثات الدائرية المستخدم فى هذه الأيام من خلال معادلة جيب التمام.

$$\text{جتا أ} = \text{جتا ب} \cos \text{جتا ج} + \text{جا ب} \sin \text{جتا ج} + \text{جا ج} \sin \text{جتا أ}$$

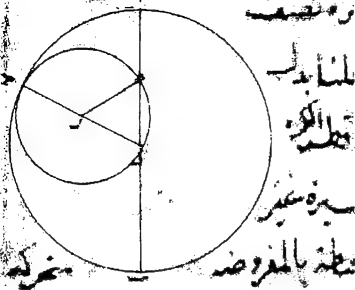
(حيث أن أ هو طول الضلع الدائرى و أ هي الزاوية المقابلة له).

كتب ثابت بن قرة (المتوفى عام ٩٠١) فى نظرية الأرقام واستخدامهم فى وصف النسب بين الكميات الهندسية وهى خطوة لم يخطها اليونانيون أبداً.



وكذلك
ناقش السؤال :
أين تتلاقى الخطوط
المتوازية إذا كان
من الممكن
أن تتلاقى ؟

بن الميراث من الدائرة الصغيرة مد



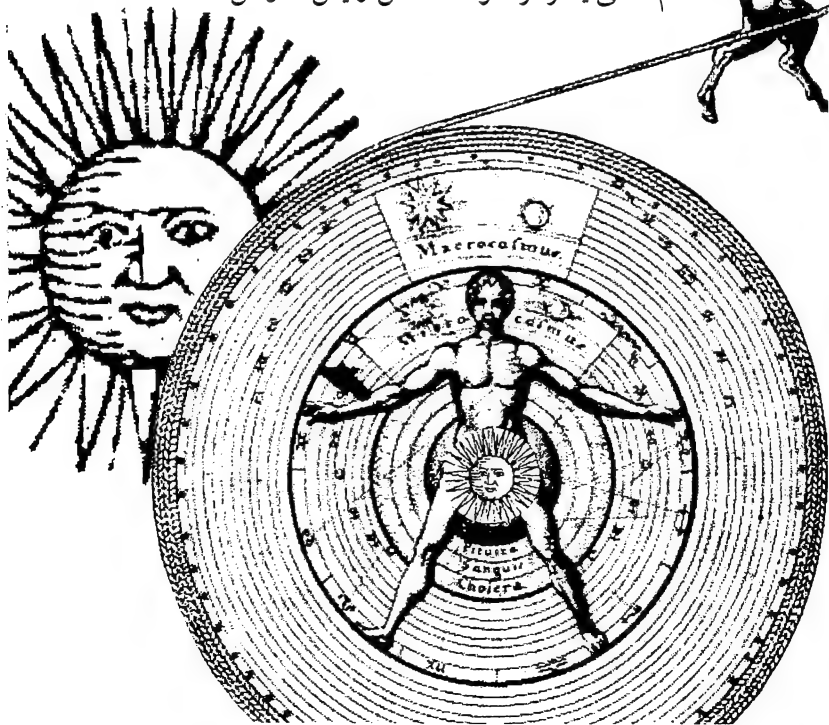
القطر الى وضعه بقدر ما يرسله

نقطة المفروضه

يعتبر ناصر الدين الطوسي (المتوفى عام ١٢٧٤) أفضل العلماء في مجال حساب المثلثات بنوعيه المستوي والكروي. ومعالجته المبنية على الفهم لتحليل المثلثات الكروية تعتبر واحدة من الدراسات المؤسسة لتطوير علم الرياضيات. وقد أسس أزواج طوسي والتي وضع من خلالها أن الحركة في

خط مستقيم ذهاباً وإياباً يمكن تمثيلها على هيئة تراكب حركتين دائرتين. وقد مكن هذا البحث

العالم نيقولاس كوبرنيكوس (١٤٧٣ - ١٥٤٣) من تمثيل حركة الكواكب المعقدة على هيئة حركة دائرية مركبة وذلك سهل عليه إنشاء نظام فلكي يتمركز حول الشمس وليس الأرض.



حل المسائل التى تتضمن أرقاماً صحيحة

ظلت المسائل التى لها حلول عبارة عن أرقام صحيحة شائعة على مر القرون، فهذه هى الأرقام التى يفهمها التلاميذ. ومثال تلك المسائل هو مسألة الوراثة :



وتم التوصل لأول تقريب لهذه المسائل بواسطة ديوفانتوس (٢٧٥) وكان علماء رياضيات المسلمون على درجة عالية من النشاط فى تطوير هذا العمل. وكانت نقطة بدء الطبيعية هى أرقام فيثاغورث مثل ٣، ٤، ٥ والتى تكون أطوال أضلاع مثلث قائم زواوية، وتم تعميم هذه العلاقة وقام العلماء المسلمون بالبحث عن حل صحيح لمعادلة $s^2 + n^2 = v^2$ ع. ن. وكان هناك العديد من علماء الرياضيات من قاموا بإثبات استحالة حل هذه المعادلة ومن ضمن هؤلاء كان فيرمان لو الذى سميت هذه المسألة سمه. وقام العلماء التاليين باكتشاف بعض الأخطاء التى بينت أن هذه المسألة صعبة ندأ بالفعل !

نشأة الرياضيات الأوروبية

اعتمدت الرياضيات الأوروبية في تطورها على المساهمات من كل الحضارات الأخرى، فخلال العصور الوسطى كانت أوروبا أقل شأناً من الحضارات الأخرى في كل نواحي التقنية والعلوم والثقافة. وقد بدأت في اللحاق بالركب عن طريق الاحتكاك الثقافي أثناء الحملات الصليبية ومن خلال الحوار بين العلماء في كل من أسبانيا وإيطاليا. وقد تم نقل وترجمة الأعمال العربية سواء إذا كانت مترجمة من اليونانية أو أعمالاً أصلية وذلك بواسطة فرق عمل متضمنة الوساطة اليهودية في بعض الأحيان.

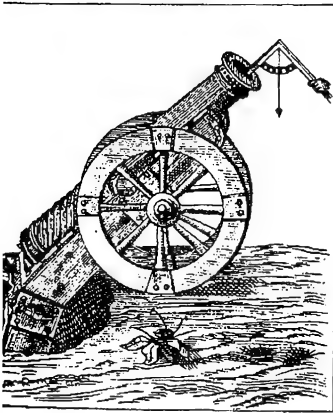


ومن بقايا هذه العملية الأسماء العلمية التي تبدأ بـ "ال" مثل الجبر والكحول (Algebra & Alcohol). وقد تم إعادة اكتشاف العلاقات الفيثاغورية من الرياضيات الفنية والصوفية خلال عصر النهضة في القرن الخامس عشر.

بعد ذلك في القرن السادس عشر وهو عصر التوسع بدأت الرياضيات الأوروبية في النهضة



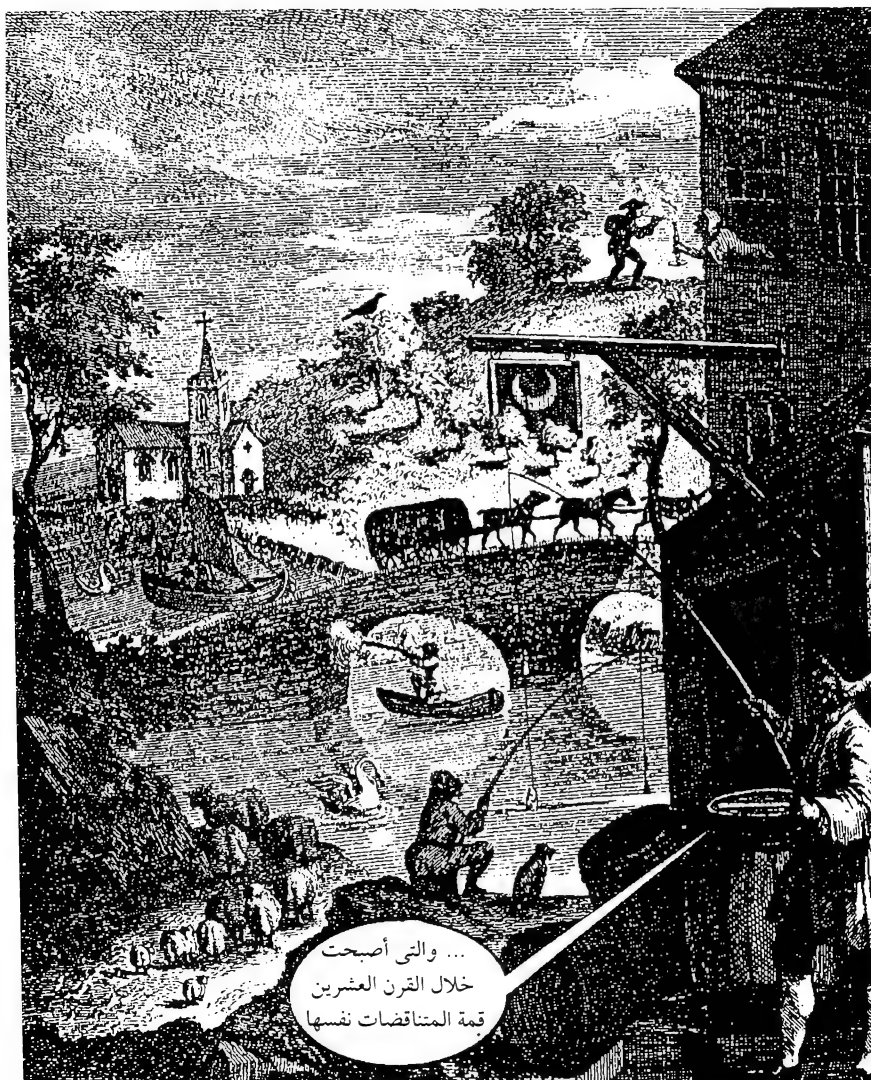
الاكتشافات والفتوحات والحروب الدينية كانت هي الفكرة العظيمة في هذا العصر



وكانت الرياضيات لها دور أساسي في الإبحار في أعالي البحار وتم تطبيقها في كثير من المجالات مثل الدفاع (تصميم الحصون) والهجوم (مصاطب المدفعية) في داخل الأوطان. وكانت المجالات مثل حساب المثلثات هامة جداً لنجاح هذه المغامرات، وقد تم تقدمها في كلا المجالين التجريبي والنظري.

هذا بالإضافة إلى التطور المتتابع للعلوم التجارية والتي تطلبت تحسين طرق المحاسبة. وقد دعت الكنيسة في البداية لاستخدام الأرقام العربية والاحتفاظ بالكتب ذات اللغتين (العربية والأوروبية على سبيل المثال). وكان ذلك لا يحتاج إلى تبرير ولكنه أمر واجب القبول. وفي هذه الأيام أصبحت هذه الأمور هامة جداً لدرجة يصعب معها إهمالها أو تجاهلها.

وقد صاحب تطور الرياضيات الأوروبية في المجال النظري بعض الأزمات
لمتناقضات. فقد أصبحت الأرقام السالبة والأرقام غير النسبية (والتي نادراً ما أزعجت
مسيحيين والهنود والمسلمين) على درجة عالية من الصعوبة بالنسبة لعلماء الرياضيات
أوروبيين حتى أثناء استخدامهم بنجاح باهر. وفي الحال أدت هذه المتناقضات إلى
بهور مجالات جديدة من الرياضيات ...



رينيه ديكارت

ويلاحظ أن أعظم مبتكر أوروبي في الرياضيات هو الفرنسي رينيه ديكارت (١٥٩٦ - ١٦٥٠) والذي كان فيلسوفاً أيضاً. ومن خلال أبحاثه الشخصية في التأكد تحول من تعلم الأدب الإنساني إلى متابعة الرياضيات، ولكنه في البداية كان محبطاً.



لماذا كان ديكارت على هذه الدرجة العالية من الاستخفاف بالجبر لدرجة أنه أراد أن يحسنه؟ حسناً، فقد كان الجبر مصاعاً جزئياً في خلال القرن السادس عشر، فقد كانت هناك بعض النقاط العامة ذات الأسماء المختصرة التي لم تكن على درجة وصف واضحة ولا حتى تمت معالجتها بطريقة بارعة. ولكن بالنسبة لعلماء الرياضيات في ذلك الوقت كانت هناك أمور أسوأ، فقد وجدوا أنفسهم يقومون بوصف أشياء تافهة أو سيئة!

لقد ذكرنا سابقاً الأرقام التخيلية، وهى جذور المعادلات مثل $س٢ + ١ = ٠$ ، إ
نوع من الأرقام تنتمى هذه الأرقام ؟
فنحن لا نستطيع عد الأشياء بواسطة هذه الأرقام. أيضاً ما هى الكميات الفيزيا
يعطى مربع قياسها كميات سالبة ؟ هذا يعنى أنه يلزم التعامل مع هذه الأر
الجهة بارعة لبعض القواعد، وفى النهاية لا توجد دواعى قلق من كتابة الهراءات ه
!



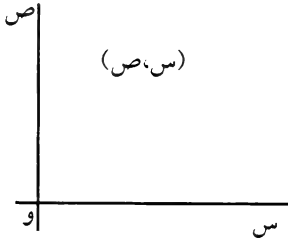
وفى الحال
ظهرت متناقضات
أخرى !

الهندسة التحليلية

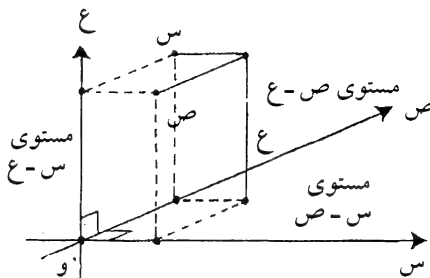
ظهرت الهندسة التحليلية أو هندسة الإحداثيات كنتيجة لمجهودات ديكارت. وتبنى الهندسة التحليلية على فكرة أن أى نقطة فى الفراغ يمكن ...



فى الهندسة المستوية يوجد محوران متعامدان نطلق عليهما «محور س» و«محور ص». ويمكن تحديد موقع أى نقطة فى المستوى بواسطة إحداثياتها (س، ص) والتي تعطى المسافة بين تلك النقطة ونقطة الأصل على المحور بين س و ص ، ونقطة الأصل هى نقطة تقاطع المحورين.



أما فى حالة الثلاثة أبعاد فيوجد ثلاثة محاور متعامدين تبادلياً وهم محور س و ص و ع



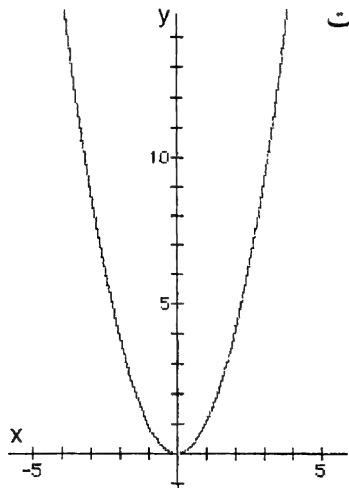


يمكن تمثيل
أي شكل على محوري
س، ص نقطة بنقطة



بالإضافة
لذلك يمكنك تمثيل
العلاقة بين إحداثيات
أي نقطة بواسطة
معادلة

وأبسط شكل يمكن تمثيله هو الخط المستقيم الذي يوصف بواسطة المعادلة
الخطية $ص = أ س + ب$ حيث $أ، ب$ ثوابت



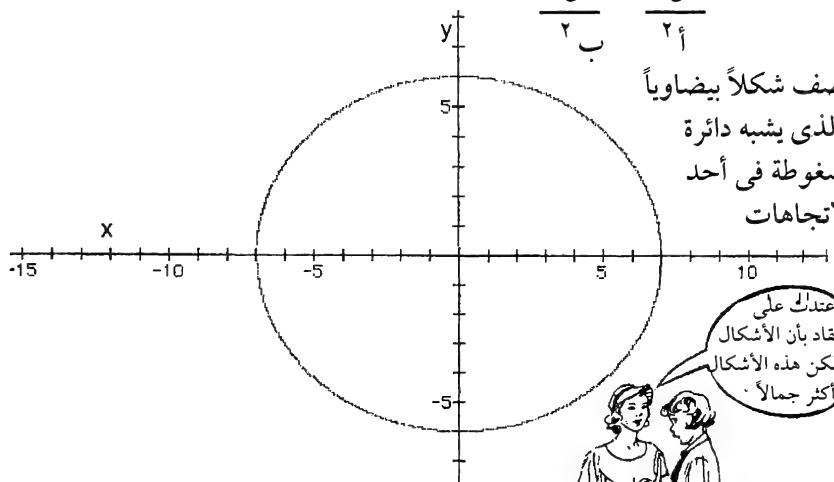
والمعادلة $ص = س^2$
نصف القطع المكافئ

... الذي يزداد
سريعاً لأعلى



أما المعادلة $ص = \frac{أ^2}{ب} س + \frac{أ}{ب}$

فتصف شكلاً بيضاوياً
والذي يشبه دائرة
مضغوطة في أحد
الاتجاهات

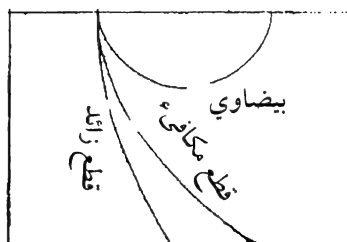
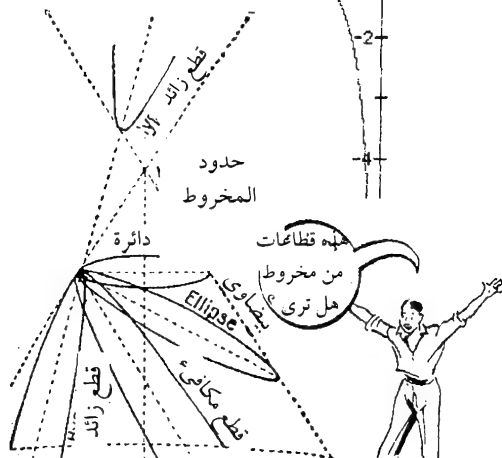
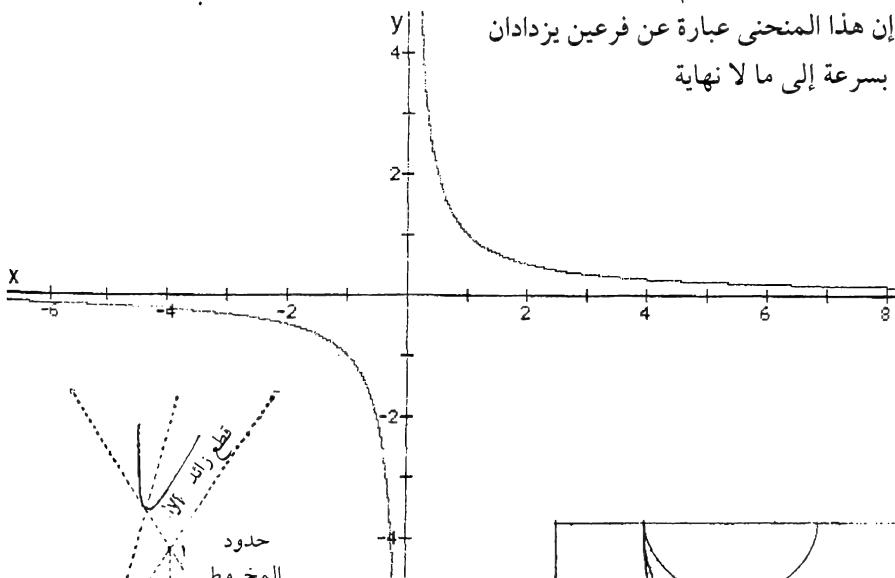


اعتدك على
الاعتقاد بأن الأشكال
مملة ولكن هذه الأشكال
أكثر جمالاً





... وهى القطع الزائد الذى يتم تمثيله بواسطة المعادلة $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$. وإشارة السالب هى التى تقوم بكل أشكال الاختلافات حيث إن هذا المنحنى عبارة عن فرعين يزدادان بسرعة إلى ما لا نهاية

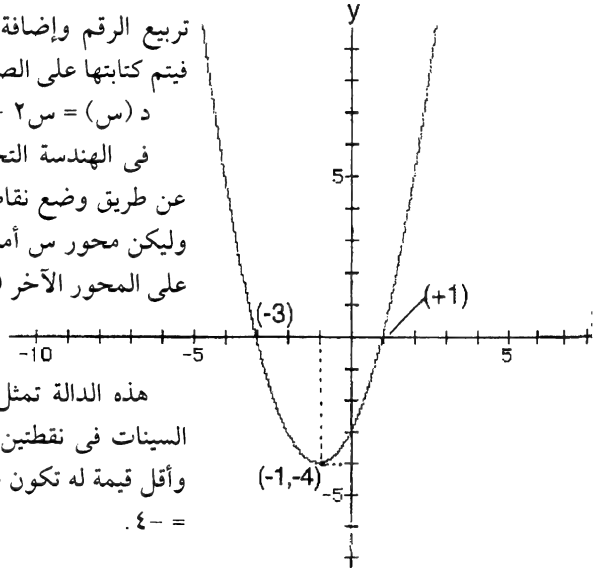


الدوال

تقوم الدوال بإظهار صورة اعتماد أو علاقة متغير ما بمتغير أو متغيرات أخرى، فنقول إن v هي دالة في s أو أن c هي دالة في s و v . (نستخدم الحروف في آخر الأبجدية للتعبير عن المتغيرات، أما تلك في بداية الأبجدية فتعبر عن الثوابت في غالب الأحيان كما استخدمهم ديكارت).



لذلك إذا كانت قاعدة تعريف الدالة هي :
تربيع الرقم وإضافة ضعفه إليه ثم طرح ثلاثة
فيتم كتابتها على الصورة
 $d(s) = s^2 + 2s - 3$
في الهندسة التحليلية يتم رسم هذه الدالة
عن طريق وضع نقاط L في s على أحد المحاور
وليكن محور s أما قيم الدالة المناظرة فتكون
على المحور الآخر (محور v).



هذه الدالة تمثل قطعاً مكافئاً يقطع محور
السينات في نقطتين $s = 1$ و $s = -3$
وأقل قيمة له تكون عند النقطة $s = -1$ و $v = -4$.

تبسط الدوال
هي الدوال
الثابتة

وتأخذ هذه الدوال الصورة د (س) = أ .

وهذا يعني أنه بغض النظر عن قيمة س

فإن الدالة دائماً تساوى أ .

دالة القوى

تأخذ الصورة د (س)

= س ن حيث إن ن

(رقم اختياري)

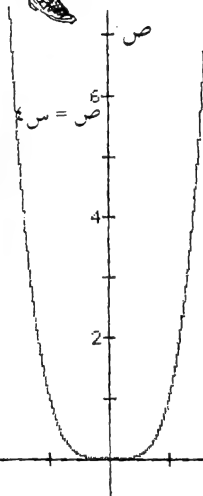
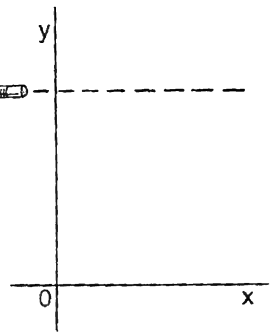
ولكنه ثابت

الدالة

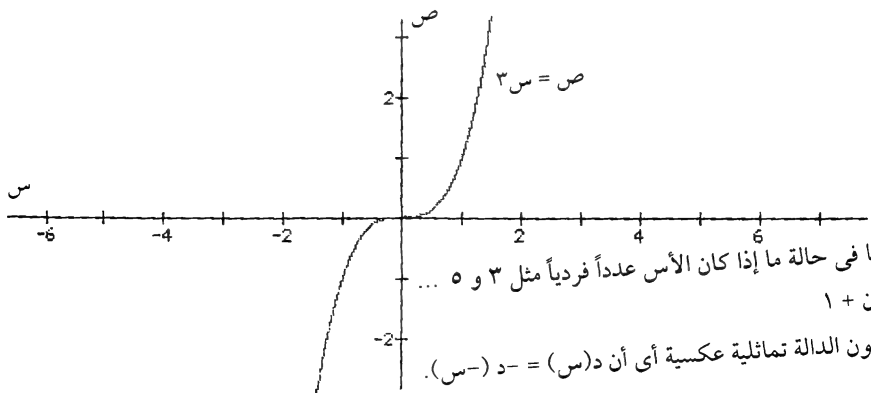
د (س) =

س ٢ هي مثال

لدالة القوى



في حالة ما إذا كان الأس
زوجياً مثل ٢ و ٤ ... ٢
ن (قيمة ن أى رقم)
تكون الدالة تماثلية أى أن
د (س) = د (-س)



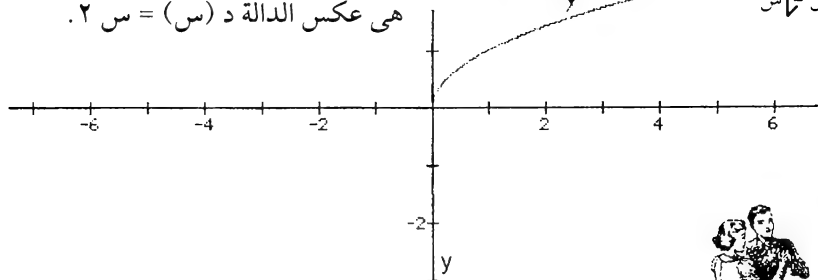
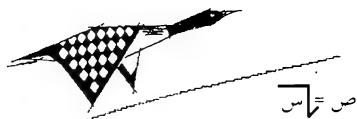
أما في حالة ما إذا كان الأس عدداً فردياً مثل ٣ و ٥ ...
١ + ٢
تكون الدالة تماثلية عكسية أى أن د (س) = - د (-س).

الدالة الجذرية هي عبارة عن «عكس» دالة

القوى، لذلك الدالة

$$\sqrt{s} = \frac{1}{s^2}$$

هي عكس الدالة د (س) = س².



الدالة كثيرة الحدود يتم تمثيلها بواسطة عدد من الثوابت أ، ب، جـ

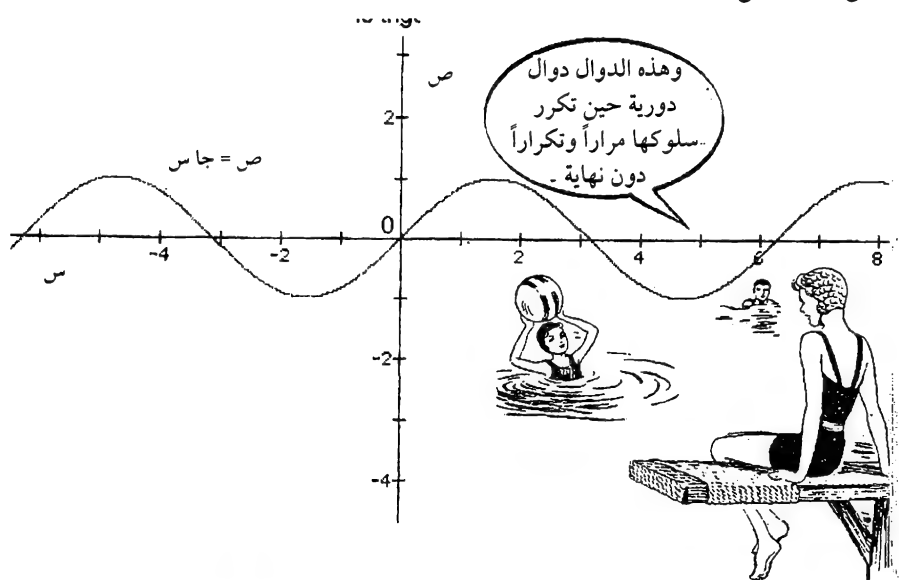
، و، ... ومتغير واحد س الذي يتغير في أسسه. لذلك الدالة كثيرة

الحدود من الممكن أن تأخذ الصورة

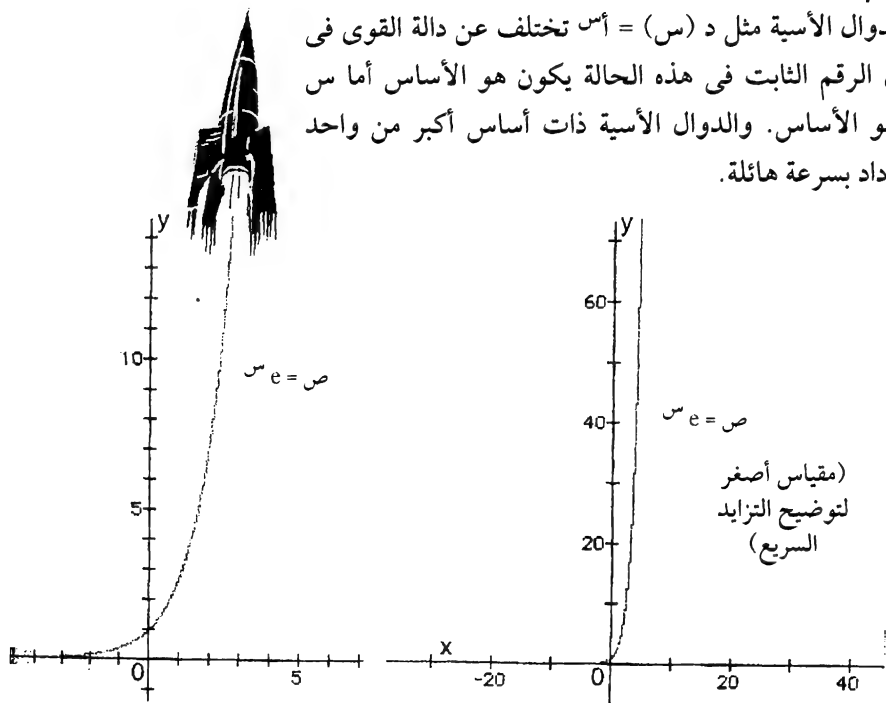
$$د(س) = أ س^3 + ب س^2 + ج س + د$$



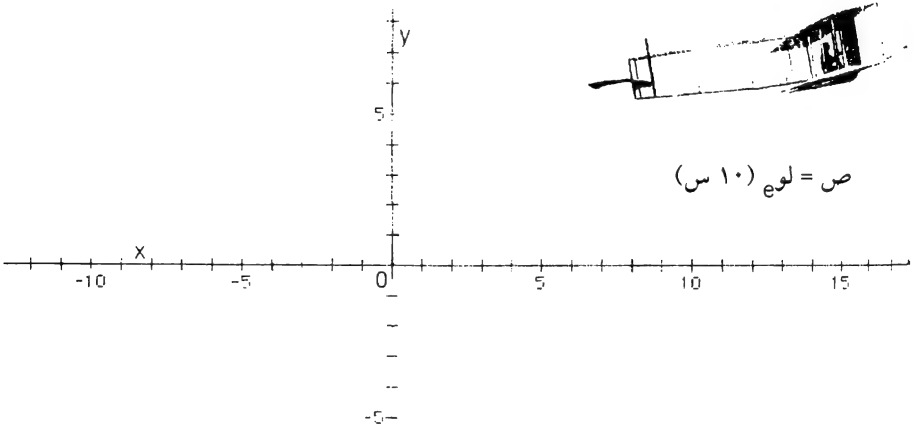
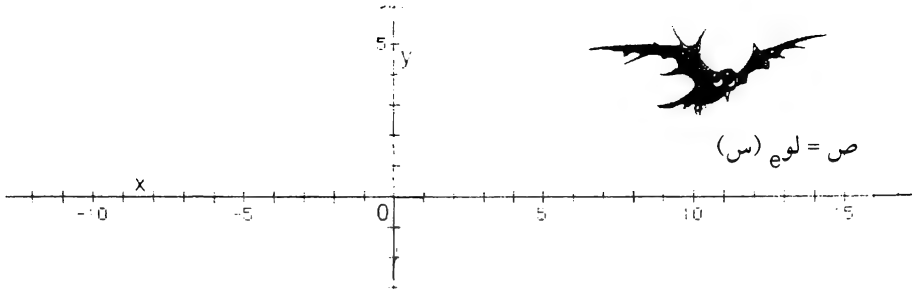
أما الدوال المثلثية فتستخدم النسب المثلثية مثل جا وجتا، وأحد هذه الدوال هي د (س) = جاس



الدوال الأسية مثل د (س) = أس تختلف عن دالة القوى في أن الرقم الثابت في هذه الحالة يكون هو الأساس أما س فهو الأساس. والدوال الأسية ذات أساس أكبر من واحد تزداد بسرعة هائلة.



الدوال اللوغارتمية هي عكس الدالة الأسية وتكتب على الصورة د(س) = لو_ب(س) ؛
ويسمى الرقم أ بأساس اللوغاريتم. وتتزايد هذه الدوال تزايداً بطيئاً جداً. ومثال تلك
الدوال : لو_{١٠}(س) = لو_{١٠}(س) + لو_{١٠}(١٠)



واللوغاريتيمات التي نستخدمها في الجداول لها أساس عشرة.
وفي الكمبيوتر (والذي يعمل بالحسابات الثنائية المبنية على
الرقمين صفر وواحد) يكون الأساس المناسب هو اثنان. وفي
حالة الرياضيات النظرية فإن الأساس المفضل هو :
ث = ٢,٧١٨٢٨٠٠٠

وهذا هو «أبو كل الأساسات» والذي يمثل الدالة الأسية
د(س) = e = س والتي لها معدل تزايد مساو تماماً لحجمها.



التفاضل والتكامل



كانت أعمال ديكرت هي أوج عملية تحرير الجبر من الكلمات ، تماماً مثلما فعلت الهندسة اليونانية من تحرير الإنشاءات من الأرقام. وقد انطلق تطور الجبر بمجرد أن وضع ديكرت صيغة لوصف العلاقات الجبرية . وخلال أربعين عاماً من نشر الهندسة الجبرية لديكرت قام العالم الرياضى الفيلسوف الألمانى جونفريد ويليام فون لينز (١٦٤٦ - ١٧١٦) بابتكار جبر للانهاية. وهذا هو ما نسميه التفاضل والتكامل وهو أداة فعالة فى تحليل النمو والتغير بصفة عامة.



المتغير س

الدالة د (س)

المنحنى ص = د(س)

ميل المماس = المشتقة

د(س) = ع ص

ع س

المساحة تحت المنحنى بين

نقطتين س = أ و س = ب

د (س) = ع س

لينز

مكان الجسم المتحرك : س

السرعة أو الجريان : س *

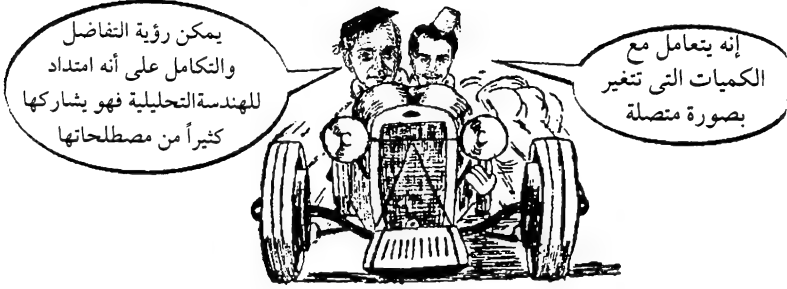
نيوتن

أما السير إسحق نيوتن (١٦٤٢ - ١٧٢٧) فقد قام باكتشاف مماثل لذلك فى فترة سابقة نوعاً ما ولكنه قام فقط باستخدام ملاحظات ديكرت فى صورة موسعة بدلاً من الإضافة إليه لذلك فإن الصورة التى وضعها لينيز للتفاضل والتكامل هى الصورة السائدة هذه الأيام. لذلك فإن الفيلسوفين ديكرت ولينيز هما اللذان وضعوا الأفكار والملاحظات التى شكلت الرياضيات بعد ذلك.

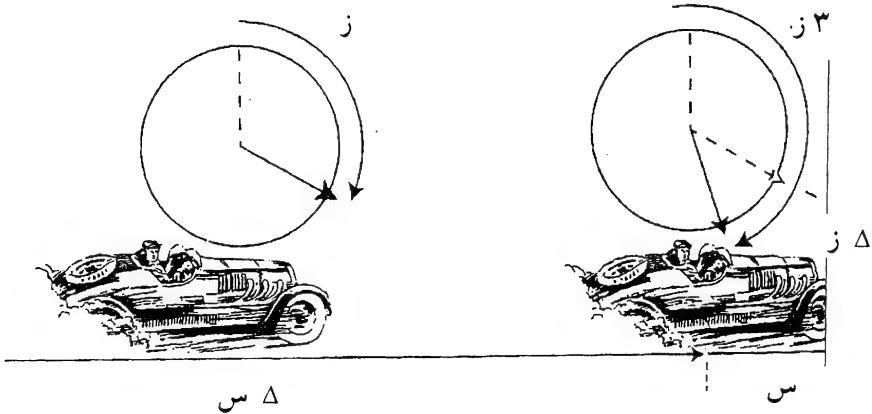


سر التفاضل والتكامل
يكمن فى توحيد نوعين من
المسائل التى لم يسبق لها أن ارتبطت،
والتي نسميها الآن التفاضل أو الاشتقاق
والثانية التكامل

التفاضل



عملية إيجاد كيفية تغير كمية ما تسمى التفاضل ، فعندما نقوم بتفاضل دالة ما فإننا نحصل على معدل تغيرها .
فإذا أخذنا في الاعتبار مركبة تسير في طريق ما ، فإننا نجد أن موقعها يتغير بصورة متصلة على طول الطريق. وعند أي زمن z يكون موقعها s متمثلاً بواسطة الدالة المتصلة $s(z)$.



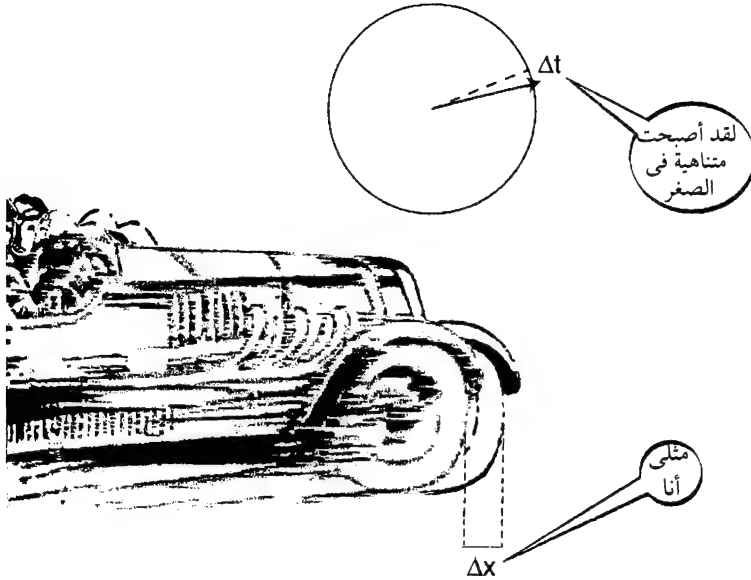
- ٢- مع استمرار المركبة في الحركة فإن موقعها سيتغير وليكن هو $s + \Delta s$ وذلك بعد مرور برهة من الوقت Δz .
- ٤- تصل هذه المركبة إلى موقعها الجديد بعد مرور وقت عبارة عن مجموع الوقت الابتدائي z بالإضافة إلى البرهة Δz أي أن الوقت الكلي هو $z + \Delta z$.

ما هي السرعة المتوسطة أو بعبارة أكثر فنية ما هي السرعة الاتجاهية المتوسطة لهذه المركبة ؟ هي عبارة عن المسافة المقطوعة مقسومة على الوقت اللازم لقطع هذه المسافة

$$\text{أي أنها : } \frac{\Delta s}{\Delta z} = \frac{s(z + \Delta z) - s(z)}{\Delta z}$$

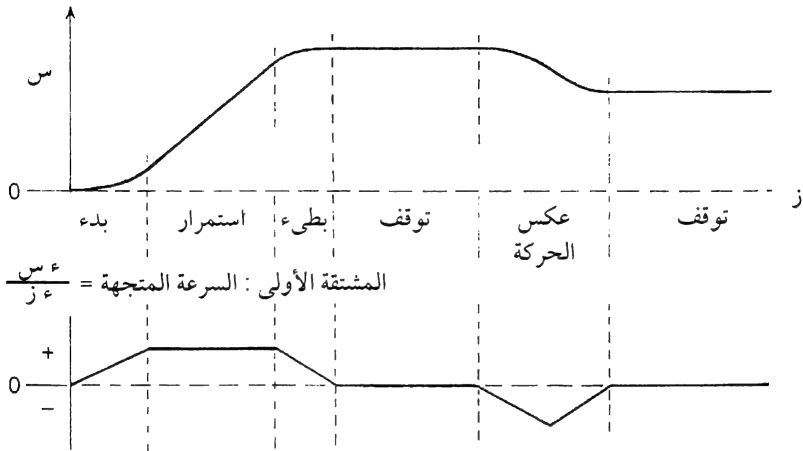
وإذا افترضنا أننا نريد أن نعرف سرعة أى جسم متحرك عند أى لحظة ز أو معدل تغير س عند زمن معين ز ، نستطيع أن نحسب ذلك عن طريق تقليل الزيادة في الزمن Δz بقدر الإمكان حتى تصل إلى الصفر. وفي هذه الحالة فإن نهاية السرعة المتوسطة $\frac{\Delta s}{\Delta z}$ عندما تؤول Δz إلى الصفر تعرف بالسرعة المتجهة اللحظية ، وتكتب على الصورة :

$\frac{ds}{dz}$ وتُعرف باسم مشتقة س.

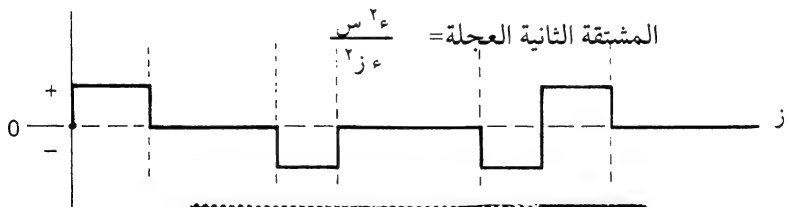




وإذا قمنا برسم s كدالة في z فإن المشتقة تعبر عن ميل المماس للمنحنى عند z .



ويمكننا أيضاً القيام باشتقاق المشتقة لنحصل بذلك على المشتقة الثانية، وفي مثالنا هذا للمركبة على الطريق فإن المشتقة الثانية: تعطينا معدل تغير السرعة أو العجلة.

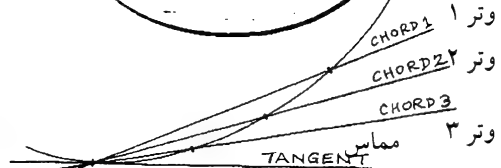
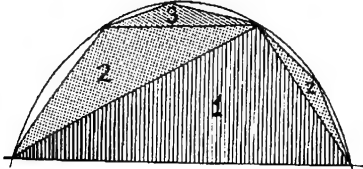


التكامل



ونأتى الآن إلى العمل
الأستاذى الذى جعل علم التفاضل
والتكامل هو أقوى الصباغات
الرياضية على الإطلاق

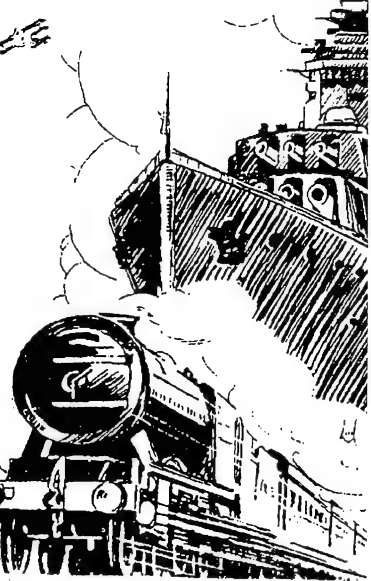
والذى يتضمن نوعين من
المسائل : الأولى تختص
بالمنحنى ككل أما الثانية
فتقوم بدراسته عند نقطة
واحدة



وتتم معالجة الطريقة الأولى بواسطة طرق
تجزئ خاصة.

أما الطريقة الثانية فتتم معالجتها عن طريق رسم
أوتار تمر بتلك النقطة.

وبمجرد فهم أن المنحنيات هي عبارة عن
رسومات للدوال فإن مسائل المساحة يمكن أن تُرى
بوجهتى نظر مختلفتين. فى إحدى الطرق يمكن
تجزئ المساحة بواسطة شرائح رفيعة رأسية أما
الطريقة الأخرى فتعتبر أن المساحة هي دالة جديدة
والتي لها مشتقة تساوى الدالة الأصلية. وعلى ذلك
فإن هناك طريقة واحدة تتضمن المشتقة ومعكوسها
يمكن أن تقوم بحل كلا نوعى المسائل.



دعنا نبدأ
بالمشتقات
ومعكوساتها

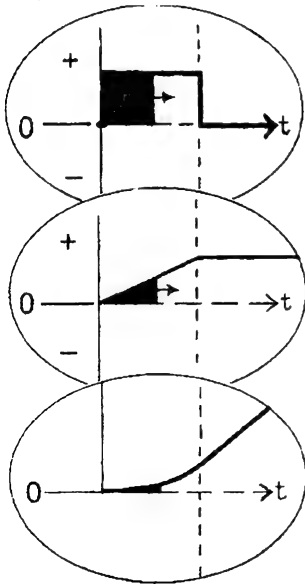
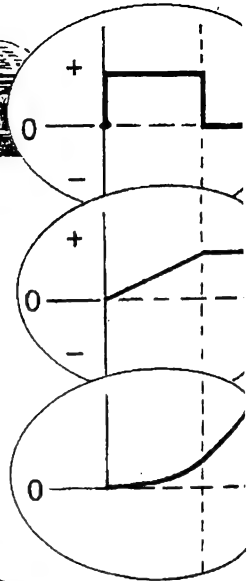
ويمكننا توضيح مدى فاعليتها باستخدام مثال المركبة التى تتحرك على طريق ما والأشكال
الثلاثة للمسافة والسرعة والعجلة.. وبدلاً من البدء بدالة المسافة تم القيام باشتقاقها دعنا نبدأ
بالمشتقات ونعود بطريقة عكسية إلى دالة المسافة.





فى البداية ، على الجانب الأيسر من الشكل ، نجد أن العجلة موجبة والسرعة تزداد تماماً كما نبدأ بتحريك المركبة ، ونلاحظ أن العجلة الثابتة تؤدي إلى تكون منحنيات للسرعة على هيئة خط مستقيم، ومنحنى للمسافة على هيئة منحنى (أو قطع مكافئ).

والآن لاحظ مرة ثانية أن النقطة التي تتحرك بمرور الزمن على طول المحاور تقوم بعمل مساحة فى المنحنيين



السفليين ، وهذا هو مفتاح فهم التكامل بأكمله ، لذلك راقب جيداً عن قرب.

بالنسبة لمنحنى العجلة نلاحظ أن المساحة المتزايدة تقوم بمسح مستطيل وتزداد مساحته تناسبياً مع الوقت المقطوع ، وهذا تماماً هو نفس سلوك منحنى السرعة !

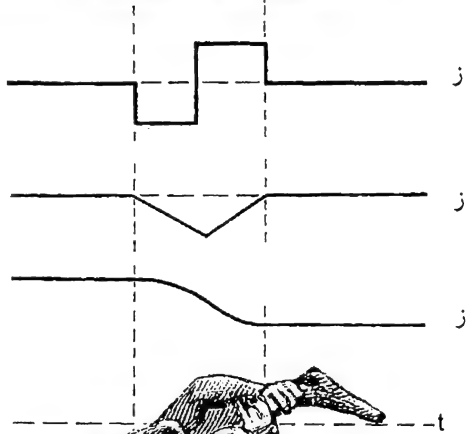
وبالنسبة لمنحنى السرعة فهو يمثل مثلاً متزايداً وتزداد مساحته فى البداية ببطء ثم بعد ذلك بسرعة أكبر، وذلك هو نفس سلوك منحنى المسافة !

والذى نستنتجه من ذلك أنه إذا كانت دالة ما هي مشتقة دالة أخرى فإن هذه الدالة الثانية هي دالة المساحة للدالة الأولى.



وتستطيع محاولة هذه العملية بنفسك عن طريق ملاحظة ما يحدث عندما تعكس السيارة حركتها على الطريق، في هذه الحالة تكون العجلة سالبة مما يؤدي إلى تكون مساحة سالبة (أسفل محور الزمن) وبالتالي تتجه السرعة إلى القيمة السالبة بمعدل ثابت. ونلاحظ أن المسافة تتناقص حيث يتم تمثيلها بقطع مكافئ مقلوب.

وعند توقف السيارة فإن العجلة تكون مساوية للصفر وكذلك السرعة وتأخذ المسافة قيمة ثابتة.

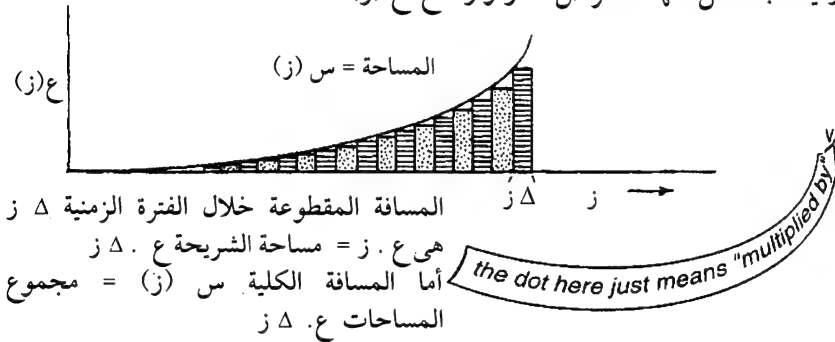


إذا كنت مثقلًا
بتعقيدات التفاضل والتكامل
- فلا تنزعج من ذلك فهو يبدو
صعباً في البداية!





فإذا بدأنا بمنحنى السرعة $v(z)$ وتخيلنا أن المساحة أسفل هذا المنحنى عبارة عن
شرائح رفيعة جداً كل منها له عرض Δz وارتفاع $v(z)$.



وكل من تلك الفترات تقوم
بوصف المسافة المقطوعة بسرعة
ثابتة v خلال الفترة الزمنية Δz

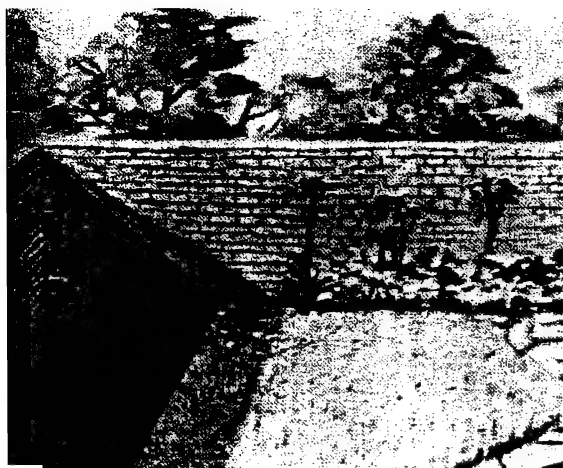
وبذلك فإن المساحة الكلية تحت المنحنى
هي مج (كل الشرائح $v \cdot \Delta z$)

والآن، كما قلت أنا،
إذا كانت الفترة الزمنية متناهية في
الصغر لكي تتوافق تماماً مع منحنى
السرعة وتأخذ القيمة v فإن
المجموع يتحول إلى الرمز
الخاص ...

ليبنيز



$v \cdot \Delta z$



لكى نرجع إلى التعريف السابق وهو عكس المشتقة فإن كل ما نحتاج تخيله هو الشريحة الرقيقة السابقة وهى Δ س نفسها.

وحيث إن Δ س = Δ ع . ز .

$$\text{فإن } \frac{\Delta \text{ س}}{\Delta \text{ ز}} = \frac{(\Delta \text{ ع})}{\Delta \text{ ز}}$$

ولذلك فإن $\frac{\Delta \text{ س}}{\Delta \text{ ز}} = \frac{\Delta \text{ ع}}{\Delta \text{ ز}}$

وعلى ذلك فإن مشتقة الدالة المتكاملة التى تم تعريفها من خلال مجموع الشرائح هو نفسها الدالة التى تُعبر مساحاتها عن الدالة المتكاملة.

والآن من السهل أن نوجد مشتقات الدوال سواء إذا كان بصورة جبرية أو بواسطة بعض الدوال. ولإيجاد الصورة الجبرية لدالة المساحة فإننا نقوم بالبحث عن تلك الدالة التى تُعبر مشتقتها عن الدالة الأصلية ويتم اختزال المسائل التى تختص بدراسة خواص المنحنى ككل إلى مسائل أبسط تدرس خصائص المنحنى عند نقطة.





وقد تم تطبيق التفاضل والتكامل في مجالى الميكانيكا والفلك.
وأدى استخدام المعادلات التفاضلية فى الفيزياء إلى نشأة الفيزياء الرياضية،
بمساعدها فقط استطعنا أن ندرس علوم الحرارة والطاقة والكهربية والمغناطيسية.
يعتمد العلم الحديث،والذى يدعم التكنولوجيا المتقدمة، بصورة مباشرة تماماً على
تفاضل والتكامل.

أسئلة بيركلي

ماذا عن هذه الزيادة الصغيرة ولغز كيفية وصولها للصفر ؟ سأل الناس هذا السؤال في وقت نيوتن وليبنيز وكانت الإجابة غير مرضية عند ذلك قام الفيلسوف

والأسقف الإنجيلي
الأيرلندي جورج
بيركلي بطرح
الأسئلة في صورة
حاددة جداً.



لقد لاحظت أن خارج
القسم له معنى فقط إذا
كانت هذه الزيادة الصغيرة لا
تساوي الصفر. وإلا فإننا نقوم
بالقسمة على الصفر وهذه
عملية غير منطقية



لكل الزيادة
الصغيرة دائماً لا تساوي
الصفر أم هي تساويه تماماً
أم أنها هي «شبح كمية
متلاشية» ؟

وبعض النظر
عن ذلك يا فتى : فإن
السيد نيوتن عرض
لل هجوم.



وكان هدف بيركلي هو توضيح أن الملحدين الذين طالبوا بسرعة إحلال الألغاز والخرافات الدينية بالعلم والعقل كانوا على درجة من الجهل العقائدي مثلهم مثل أسوأ علماء الدين. وقد سأل في افتتاحية كتبه: «.. هل أن الأهداف والمبادئ والتدخلات الموجودة في التحليل الحديث قد تم فهمها بوضوح وإثباتها بالدليل أكثر من الألغاز الدينية ونقاط الإيمان؟» وكانت الإجابة واضحة بالنسبة له...

وقد اتجه علماء الرياضيات إلى الإجابة على الأسئلة التي وردت في كتيب بيركلى الذى أسماه «المحلل» وقد استخدم بيركلى هذه الإجابات لمواجهة ارتباكاتهم بصرامة، وكان رده : إن دفاع أصحاب الأفكار الحرة فى الرياضيات يعتبر عملاً أستاذاً فى التحليل الحرج.



يتعلم الإنسان مبادئ

العلوم بالتناقل من شخص لآخر،

وكل متعلم يكتسب دفاعاً أقل أو أكثر مما سبقه بناءً

على خبرته، وخاصة المفكرين المبتدئين (حيث يحرص

القليل منهم على الإسهاب فى توضيح المبادئ) بما فى

ذلك نسبة كبيرة تميل بهم إلى الثقة: والأشياء المسلّم بها

كنتيجة لتكرارها أصبحت شائعة : وهذا الشيوع يؤدى

إلى الإثبات مع مرور الوقت.

وقد حاول بيركلى أن يوضح أن تعلم حل المسائل فى الرياضيات والعلوم لا يساعدنا بالضرورة على فهم ما يدور حوله. وقد توقع صورة البحث العلمى الذى تم تطويره بواسطة ت. س. كون الذى قام بوصف «العلوم العادية» كعملية تدريب على «حل الألغاز» من خلال مثال (إطار التفكير) لم تتم الإجابة عليه وهو بالفعل لا يمكن الإجابة عليه طوال فترة عمله. وبالنسبة لكون العلم العادى فى الواقع عبارة عن تدريب لأصحاب العقول الضيقة، وعملية تدريس العلوم (بما فيها الرياضيات) هى بالضرورة شىء جازم بدون دليل.



إله أويلر

كان العالم السويسري ليونارد أويلر (١٧٠٧ - ٨٣) أول من ربط بين الدوال الأسية والدوال المثلثية ووضع صيغة لعلاقتهم. كان لأويلر عبقرية غير عادية في الرياضيات وهناك الكثير من القصص حول براعته الفائقة. وكان أويلر موظفاً في بلاط قصر فريدريك ملك بروسيا حينما قابل الفيلسوف الفرنسي دينيس ديدروت (١٧١٣ - ٨٤) الذي كان ملحداً متعصباً..



ولا تحتوى الصيغة التى ذكرت فى هذه القصة على شىء فى مضمونها، ولكن قام أولر بتطوير معادلة من أجمل الصيغ فى الرياضيات كلها، والتى تجعل من يتعرض لها أن يتوقف أمامها ويفكر فيها بالتأكيد.

والصيغة التى وضعها أولر هى تعبير لغزى مبهم والذي يقوم بربط الأرقام الخمسة الأساسية فى الكون.

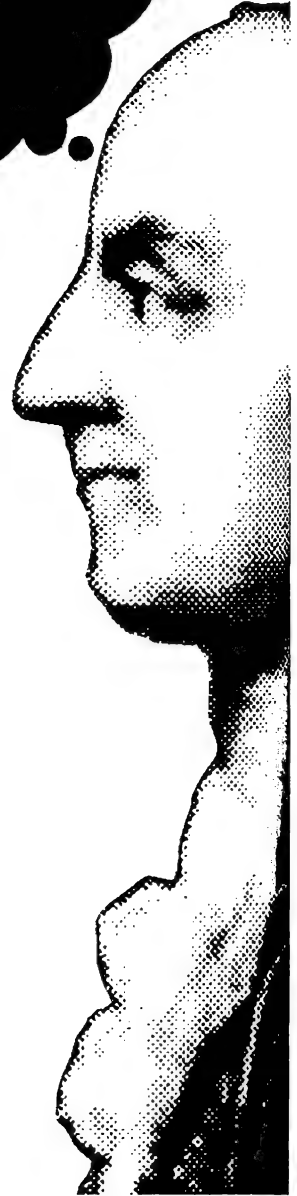


$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

صفر

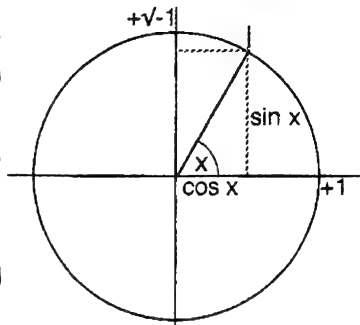
$$e^{\sqrt{1-1}} = 1 + \text{صفر}$$

وبالنظر إليهم بترتيب معكوس ، فأول ما نقابله هو الصفر شبه الرقم ذو الصفة اللغزية .
بعدها نجد ١ ، الوحدة ، أساس كل الأرقام .
ثم يظهر لنا سالب واحد تحت الجذر التربيعي ($\sqrt{1-1}$ الذي يسمى «ت») وهو الوحدة الأساسية في «الأعداد التخيلية» والتي أذهلت العديد من الثقافات والحضارات . بعد ذلك نجد أقدم الثوابت الرياضية ، ط ، الذي يقيس النسبة بين محيط الدائرة وقطرها . أما آخر رقم وهو أحدث ما تم اكتشافه ، الرقم المبهم ، e ، وهو أساس النمو الأسى الطبيعي .
هل كان من الممكن استنتاج علاقة مثل هذه بالتجربة أياً كان طول تكرارها؟

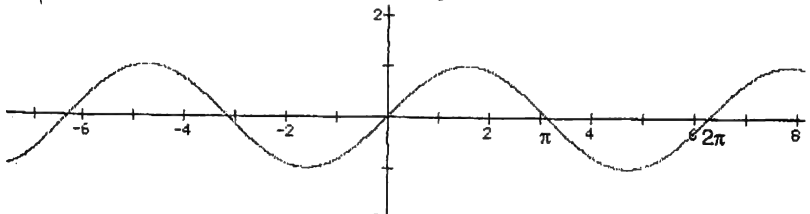


وفى الواقع، فإن صيغة أويلر الرائعة جداً قد نتجت من دالة (قد اكتشفها هو) تربط بين الأعداد المركبة والدوال المثلثية التى اكتشفها علماء الرياضيات المسلمون (انظر صفحة ٩١). وقد لاحظنا أن الدالة e^{ix} لها منحني يتزايد بسرعة كبيرة، وعلى العكس فإن e^{-ix} س يمثل دائرة ! ونصف قطر هذه الدائرة هو الوحدة أما s فهي الزاوية التى يصنعها الخط الواصل من نقطة الأصل إلى أى نقطة. وتزداد قيمة s من صفر إلى $\frac{\pi}{2}$ ط مع تحرك النقطة على الدائرة. ولكن إذا نظرنا إلى هذه الصيغة من وجهة نظر حساب المثلثات نجد أن $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ س هو عبارة عن

عدد مركب الجزء «الحقيقى» فيه هو $\cos x$ جتا س أما الجزء «التخيلي» فهو $i \sin x$ جتا س. لذلك يمكننا كتابه $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ س، حيث t هو الرمز الشائع لـ i . ماذا لو انحدرت النقطة على الدائرة مرة أخرى، نجد أن الزاوية s تستمر فى الزيادة، هذا يعنى أن الدوال e^{ix} و $\cos x$ و $\sin x$ تستمر فى تكرار



نفسها. ويقال إن هذه الدوال دوال دورية. ويتم تمثيل منحني $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ جتا س على الصورة : ويشابه هذا العديد من الظواهر التى إما أن تكون تبادلية بالنسبة للزمن مثل التيار الكهربى ، أو الموجات المنتشرة فى الفضاء مثل الصوت. ودوال الجيب وجيب التمام هى الوحدات



البنائية فى كل صور الموجات المعقدة التى تحمل رسائل ما. والقيام بالرياضيات بواسطة دوال الجيب أو جيب التمام عن طريق استخدام الصيغة «الأسية التخيلية» تقوم بتحويل الحسابات المرهقة إلى تمرينات مرتبة وسهلة.





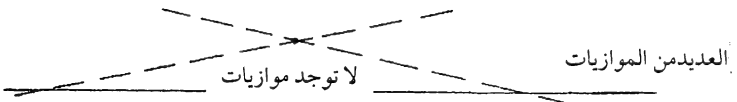
رأينا أن إقليدس استنتج كل هندسته من «ملاحظات شائعة» قليلة «وافتراضات» ذاتية الدلائل، ولكن واحدة من هذه الافتراضات والتي تختص بالخطوط المتوازية تبدو مشابهة للنظرية لدرجة كبيرة وقد شكل نظام إقليدس هذا ارتباطاً على مر العصور غير أنه قابل شكوكاً في صحته واكتماله.

وبعد ذلك أصبح هذا النظام أساساً لمرحلة عظيمة في تاريخ التخيل الرياضى وهى ابتكار الهندسة اللاإقليدية .
وقد تم ابتداء هذه الهندسة بواسطة العديد من الأشخاص، ولكن أول من قام بذلك لم يكن يعرف أنه يسير فى اتجاه هذه الهندسة . كان هذا هو عالم الرياضيات المسيحى ج ساكتشبرى والذى نوى أن ينهى كل هذه المراوغات نهائياً .
وقد حاول فى كتابه «تحرير كل العيوب بواسطة إقليدس» فى عام ١٧٣٣ أن يوضح أنه من المستحيل التعامل مع الهندسة بدون «فرض التوازي».



ولم يكن هناك أى شئ خطأ فى النتائج، وتم تكرارها فى وقت لاحق بواسطة المخترعين الحقيقيين الذين كانوا يعرفون ماذا يفعلون. هناك العديد من الطرق التى يتم بها التعبير

عن مبدأ التوازي. وبالنسبة لنا فتكون طريقة التعبير كالتالى : إذا أخذنا فى الاعتبار خطأ مستقيماً وكانت هناك نقطة خارجة عنه فإنه يوجد خط واحد وواحد فقط يمر بهذه النقطة ويوازي ذلك الخط فى نفس الوقت ، وإذا لم يتم قبول هذا التعريف تكون النتيجة : إما أن يكون لدينا أكثر من خط يحمل هذه الخاصية أو ألا يكون هناك أى خط على الإطلاق يوازي الخط الأول.



فى البداية تم التحقق من فكرة العديد من الموازيات بواسطة كل من عالم الرياضيات المجرى جانوس بولاى (١٨٠٦ - ٦٠) وعالم الرياضيات الروسى نيقولاى لوبا شيفسكى (١٨٥٦ - ١٧٩٢) كل على حدة وفى ذات الوقت تقريباً . وبعد ذلك قام العالم الألمانى جورج ريمان (١٨٢٦ - ٦٦) بالتحقق من فكرة عدم وجود موازيات . وفى النهاية تم التحقق من أن هذا النوع من الهندسة من الممكن أن يتم بواسطة إنشاءات فى أنواع خاصة من الأسطح . فبالنسبة لهندسة ريمان تعتبر الكرة مثلاً جيداً إذا اعتبرنا أن الخط عبارة عن دائرة عظمى ، وهو المنحنى على سطح الكرة الناشئ عن تقاطع مستوي يمر بمركز الكرة مع سطحها . ويلاحظ أن أى دائرتين عظميين تتقاطعان فى نقطتين وعلى ذلك فلا يوجد أى موازيات .

لوبا شيفسكى



بولاى



بالنسبة لهندستنا فإنه من الصعب توضيح السطح

إنه يشبه شكل البوق الذى يتكون نتيجة دوران منحنى حول خط

والخط هو أقصر مسافة بين نقطتين . وقد اتضح أن هناك العديد من الموازيات ، وهى الخطوط التى لا تتلاقى أبداً مع ذلك الخط . وقد وضع اعتياد الناس على علوم الهندسة اللاإقليدية ضعف المقولة بأن الرياضيات تخبرنا بالحقائق المنطقية . ولكن هذا التفكير التطورى أخذ وقتاً طويلاً لكى يتلاءم معه الناس .

الفضاءات نونية(*) الأبعاد

هناك تطور آخر معاكس للبديهية في الهندسة وهو دراسة الفضاء الذى له أبعاد أكثر من ثلاثة . وامتداد نظام ديكارت للهندسة الجبرية بحيث يتم وضع أبعاد أكثر وضوحاً ومباشرة. فبدلاً من أن يتم التعبير عن موقع نقطة فى المستوى بواسطة الأبعاد (س،ص) يتم التعبير عنها فى هذه «الفضاءات الزائدة» بواسطة الأبعاد (س_١ ، س_٢ ، س_٣ ،، س_ن). وبالتبع تختلف خصائص المنحنيات فى هذه الفضاءات الزائدة عن تلك المرسومة فى بعدين أو ثلاثة، ولكن الاعتقاد بوجود تلك الفضاءات متعددة الأبعاد لا يشكل أى صعوبة بالنسبة لنا فى هذه الأيام.



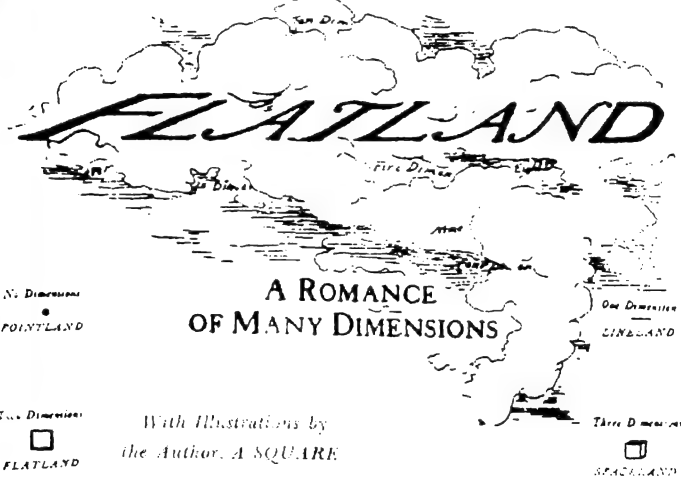
فى العصر الفيكتوري كان الأمر مختلفاً جداً.

(*) لها عدد ن من الأبعاد فى الغالب يكون أكثر من ثلاثة. (المترجم).

وتمت كتابة عمل جيد عن الخيال الرياضي والنقد الاجتماعي يهتم بهذه الفكرة وهو يسمى «الأرض المسطوية Flatland» وهذا العمل يصف مجتمعاً من الأشخاص الفعليين الذين يعيشون في مستوى ، وهذا مشابه تماماً لفترة العصر الفيكتوري حيث كانت حالة الفرد الاجتماعية تعتمد على عدد «جوانب الشخص Person's sides» حيث كان للطبقة العليا أربعة جوانب وللأرستوقراطيين العديد والعمال ثلاثة، أما النساء فكانت لهم مجرد إبرة!

وكان «المربع» البطل الذي لديه خبرة بالأبعاد الثلاثة من خلال علاقة الصداقة التي تربطه بالكرة . وكان هذا الكائن يظهر لسكان هذه الأرض كل خمسمائة سنة على هيئة دائرة التي تبدأ من نقطة ثم تنمو ليزداد حجمها وبعد ذلك تتضاءل ثم تختفي. والذي لم يكن مفهوماً بالنسبة لقاطني هذا المكان هو الكرة التي تمر عبر مستواهم. فهذه الكرة تصادف المربع وتأخذه في رحلة عبر الفضاء وتعرض عليه الأرض الخطية والأرض النقطية الأهل بمخلوقات راضية نوعاً ما. وتقوم كذلك بإطلاعه على الحياة الخاصة لسكان الأرض المسطوية. ويعانى المربع كثيراً في رحلة عودته حيث إنه يحاول أن يصف الفضاء ولكنه يعجز عن توضيحه لأصدقائه، الذين يظنون أنه منزعج.

"O day and night, but this is wondrous strange"



وفى النهاية لم أصبح
موهوماً بالكائنات
التي لها أبعاد أعلى!

إيفاريست جالوا

فى أثناء القرن التاسع عشر ازدادت قوة وعمومية العبر، فقد أصبح متأصلاً فى شكلته وصياغته. وبالتدرّج بدأت فكرة أن أنظمة الصياغة تستطيع أن تشير إلى أشياء أخرى غير الأرقام والعمليات الحسابية عليها. وقد تم اتخاذ خطوة للأمام فى هذا المجال بواسطة العالم الرياضى الفرنسى إيفاريست جالوا (١٨١١ - ٣٢) وهو بدون شك واحداً من أهم الشخصيات البارزة فى تاريخ علم الرياضيات. وقد كان واحداً من الجمهوريين الغيورين فى وقت فيه العديد من الصراعات السياسية. وقد كان ضحية عوامل الغضب الثورية، وقد قتل فى ريعان شبابه وعمره ٢١ سنة. وفى آخر ليلة قبل وفاته قام بكتابة مخطوطة تحتوى على كل أفكاره. وقد اختفت هذه المخطوطة فى البداية ثم بعد ذلك ظهرت ونُشرت بعد خمسة عشر عاماً من وفاته.

وقد قام جالوا بمناقشة مشكلة قديمة وهى إيجاد جذور المعادلة الخامسة $x^5 + \dots = 0$ صفر. وفى وقته اجتمعت كل الآراء على استحالة هذه العملية ولكن لم يتم أحد بإثبات ذلك.



هذا هو ما عكفت عليه
لدراسته وأثناء قيامي
بذلك قمت بإدخال فكرة
جديدة، وهى مبدأ
المجموعات

كان ذلك
بعيد المنال
بالنسبة له



المجموعات

المجموعات هي تكوينات رياضية يتم تعريفها بواسطة عناصر وبعض قواعد الاندماج. ويمكن اعتبارهم أنهم أنظمة حسابات ولكن بدون أرقام، فلا توجد علاقة بين عناصر تلك المجموعات وبين القياس أو العد وكذلك فهي ليست أرقاماً بالمعنى الطبيعي للكلمة. وقد أوضح جالوا أن هناك تتابعاً من العمليات التي تسلك نفس سلوك الجمع.

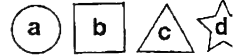


وهذه التتابعات لها القليل من الخصائص التي تُعرفها.

- ١- لكل عنصرين يوجد عنصر ثالث ينتج من اندماجهم، مثل: $٢ + ٢ = ٤$.
- ٢- هناك عنصر يسمى بعنصر «الوحدة» وهو لا يغير العنصر الذي يندمج معه مثل: $٢ + ٠ = ٢$.
- ٣- كل عنصر له «معكوس» والذي عندما يندمج معه ينتج عنصر الوحدة مثل $٢ + (-٢) = \text{صفر}$.



وكمثال لأحد المجموعات ، وهى أحد الأمثلة البسيطة جداً التى قدمها جالوا ، نأخذ فى الاعتبار الأربعة أشكال المسماة.



وهذه ليست عناصر المجموعة ، ولكن عناصر المجموعة تتكون من عملية تدوير هذه الأشكال الأربعة. وإذا تخيلنا عملية تدوير بينهم إما عن طريق تدوير واحد فقط

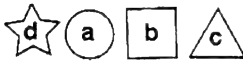


مثل :



أو اثنان مثل :

أو ثلاثة مثل :



إذا قمنا بالتدوير
بواسطة أربعة أماكن فإننا
نرجع إلى الوضع الأول وهذا
يعتبر عنصر الوحدة

تورية
خفية فى
الدورة



وإذا أسمينا عمليات التدوير هذه I, C, B, A فإن $C+A$ يعتبر تدوير $1+3$ أماكن أو ٤ أماكن وهو مساو لعنصر تدوير الوحدة I ! ومن الممكن أن نكون جدولاً لجمع هذه العناصر بكل الصور.



بالرغم من أنهم ليسوا
أرقاماً ولكن هناك طرق
حسابية يمكن أن نطبق
عليها

	I	A	B	C
I	I	A	B	C
A	A	B	C	I
B	B	C	I	A
C	C	I	A	B

وبالرغم من أن هذا المثال تافه إلى حد ما إلا أنه يحتوي على فكرة فعالة ، وهى أن علماء الرياضيات من الممكن أن يلاحظوا أى نظام عمليات عن طريق «جدول الجمع» . ونحن لسنا بحاجة إلى أمثلة إما فى الحالة الفيزيائية مثل الحركة أو الجبرية مثل جذور المعادلات. وهذا الهيكل البنائى يقوم بتعريف نفسه ،ومثل هذه الهياكل البنائية والتي لا يلزم أن تكون مجموعات ومن الممكن أن نجد مجموعات اندماج أخرى وربما تظهر جداول لعملية الضرب أيضاً.

العمليات الجبرية على الفئات

بعد ذلك تمت دراسة أنواع أخرى من العمليات ، وأشهر تلك العمليات قام بتطويرها عالم الرياضيات البريطاني جورج بول (١٨١٥-٦٤) . وقد سمع بول بتطبيق الطرق الرياضية لكيونات غير كمية مثل الافتراضات المنطقية.

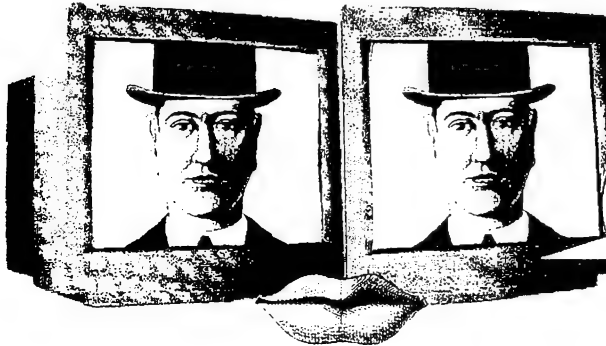
قمت، بتواضع، بتسمية مجهوداتي تلك بـ «قوانين الفكر».

وفى صيغته الحديثة، يسمى الفرع «بالعمليات الجبرية على الفئات».

يتضمن ذلك عملية «الاتحاد» (والفئة الناتجة تحتوى على مكونات كلتا الفئتين).

لا أفضل أن أفقد أى عنصر خلال هذه العملية والا...

والتقاطع (وتحتوى الفئة الناتجة على العناصر الموجودة فى الفئتين فقط).



يتم استخدام العمليات الجبرية على الفئات عندما نقوم بعمل اختيار ما بين عدد من المزايا، ويحدث ذلك عندما نقوم ببحث على الإنترنت.

لنفترض أننا نبحث عن Hot Cross Buns فإننا نقوم بكتابة الكلمات الاسترشادية.

Hot Cross Buns

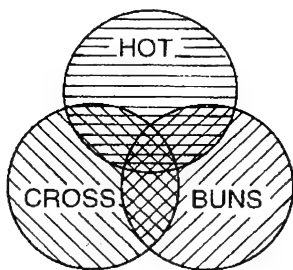
ويقوم محرك البحث بسؤالنا عما إذا كنا نريد المواقع التي بها

كل الكلمات الاسترشادية

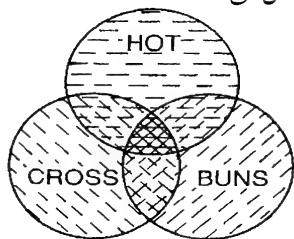
أو

أي الكلمات الاسترشادية

والاختيار الأول يعطينا كل المواقع التي تحتوي على Hot أو Cross أو Buns ويتم تمثيل ذلك بواسطة أشكال «فن» على الصورة :



ويعني هذا بلغة الفئات (Hot) + (Cross) + (Buns). وهذا يعني أنه يولد الكثير من المواقع التي لها الكثير من الاهتمامات وهي ليست بالضرورة ذات صلة بما نريد. ولكن إذا كنا نريد "Hot Cross Buns" فقط فهذا يعني أننا سنحصل على المواقع التي تحتوي على كل من Hot و Cross و Buns ويصبح شكل فن في هذه الحالة :



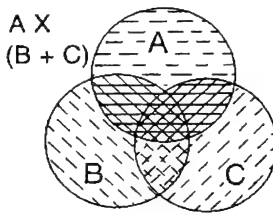
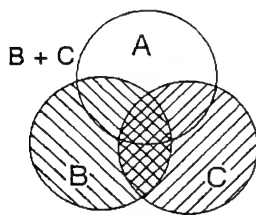
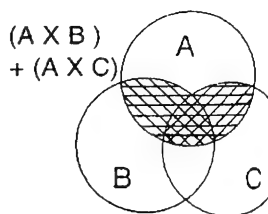
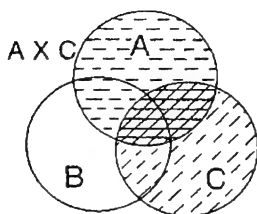
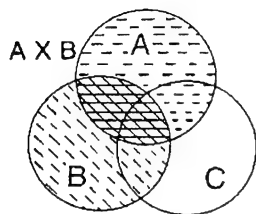
والذي يعني بلغة الفئات (Hot) × (Cross) × (Buns) لذلك سنحصل على "Hot Cross Buns" ولا شيء غيرها.



والعمليات الجبرية على الفئات شيقة جداً وذلك لأنها على عكس الحسابات تحتوى على نوعى علاقات «التوزيع».

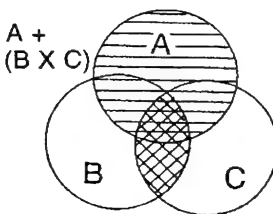
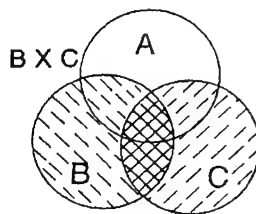
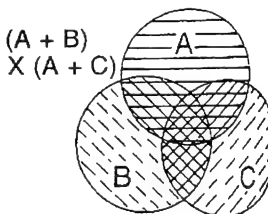
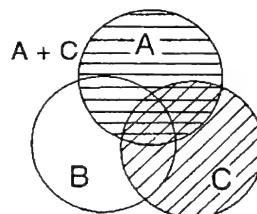
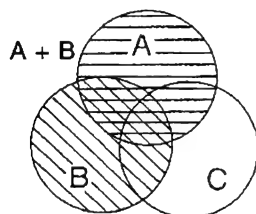
$$C + A = (C \times B) + A \quad \text{وكذلك} \quad C \times A = (C + B) \times A$$

والحالة الأولى تتماشى مع الحسابات العادية ولكن الثانية لا تتماشى . أما فى حالة الفئات حيث تعنى "X" التقاطع و "+" اتحاد تتماشى كلنا الحالتين من خلال التوضيح المبين بواسطة «أشكال فن» وها هو «قانون التوزيع» الذى يتحقق بالنسبة للأرقام.



$$\begin{aligned} (A \times B) + (A \times C) &= \\ &= A \times (B + C) \\ \text{تماماً كما فى حالة الأرقام مثل :} \\ (3 \times 4) + (3 \times 5) &= \\ 3 \times (4 + 5) \end{aligned}$$

والآن وللمفاجأة



$$\begin{aligned} (A + B) \times (A + C) &= \\ &= A + (B \times C) \\ \text{المفاجأة ! فى الأرقام} \\ (3 + 4) \times (3 + 5) &= 56 \\ 3 + (4 \times 5) &= 23 \end{aligned}$$

ومثل هذه الأمثلة أعطت علماء الرياضيات مدى فهم عظيم لتخيلهم. فالحسابات التى يقوم بدراستها علماء الرياضيات أصبحت متزايدة فى اختلافها عما نعرفه عن الأرقام.

كانتور والفئات

بينما انشغل البعض بالأرقام كان البعض الآخر مهتماً باللانهايات. والفئات الموصوفة بكونها لانهاية في الحقيقة ثم تركها للرموز الرياضية واللغزية.

وقد توجه عالم الرياضيات الألماني جورج كانتور (١٨٤٥ - ١٩١٨) إلى ترويض اللانهاية.



وضعت كيفية تكوين مثل تلك الفئات وقمت أيضاً بعدهم.

وقد وضع مخطط لعدّ الأرقام الكسرية عن طريق وضعهم في منظومة مثل هذه .

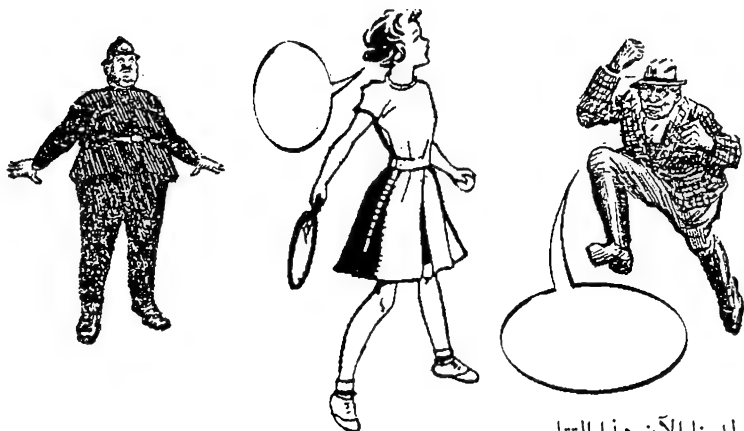
1/1	2/1	3/1	4/1	5/1	6/1
1/2	2/2	3/2	4/2	5/2	
1/3	2/3	3/3	4/3		
1/4	2/4	3/4			
1/5	2/5				
1/6					

وها هي القاعدة التي يتم من خلالها إحصاء كل الكسور

لاحظ كيف تبدأ الأسهم ، في البداية من المربع في أعلى اليسار، ثم على طول القطر أسفل إلى اليسار ، من $\frac{2}{1}$ ثم $\frac{3}{1}$ وهكذا. وأثناء استمرارك لاحظ إذا كان هناك رقم قد تم عدّه بالفعل (مثل $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$) وقم بحذفه. أيضاً قم باختصار الكسور إلى أبسط صورة مثل $\frac{2}{2} = 1$.

هل هذا متأخر جداً للقيام بمزحة خباب الفرس؟





يتكون لدينا الآن هذا التسابع

$$1, 2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}, 4, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{1}{5}, \dots$$

ويبدو هذا وكأنك تقوم بتجميع الكسور التي يساوي مجموع بسطها ومقامها ٢ ثم ٣ ثم ٤ وهكذا على الترتيب وفي كل مرة تبدأ بأكبر رقم . وبهذه الطريقة سوف نصل إلى أى رقم كسراً كان أو صحيحاً إن عاجلاً أو آجلاً.

وبالمثل من الممكن أن نحصى الأرقام التي تحل المعادلات الجبرية مثل :

$$\sqrt{2} \text{ و } \sqrt{3}$$



وقد أثبتت أعمال كانتور عكس ما كان يقصد ، حيث إنه وجد أن الأعداد الحقيقية لا يمكن أن تُحصى . وقد قام بإثبات ذلك على عدد قليل من الخطوط ، ولكن عليك أن تراقب عن قرب !

افترض أننا قمنا بإحصاء كل الأرقام مثل الكسور والأرقام الجبرية، فإن هناك قائمة لا نهائية لهذه الأرقام مشابهة لما حصلنا عليه قبل ذلك للكسور والآن من الواضح أن الأرقام لا تظهر في ترتيب حسب جمعها..



وللتبسيط سنأخذ في اعتبارنا فقط الأرقام بين صفر وواحد، فإن هذه القائمة ربما تكون على

الشكل

$$ن_1 = ٠,٧١٦٦٩٣٢٠٠٠$$

$$ن_2 = ٠,٤٢٢٥٨٩٦٠٠٠$$

$$ن_3 = ٠,٧٧٩٦٤١٩٠٠٠$$

$$ن_4 = ٠,٣٢٢٨٩٥٢٠٠٠$$

وتوضح النقاط بجوار خانات الرقم أنه يستمر دون حد.



أما خط النقاط بعد ن ، يوضح أن تتابع الأرقام أيضاً يستمر دون حد.

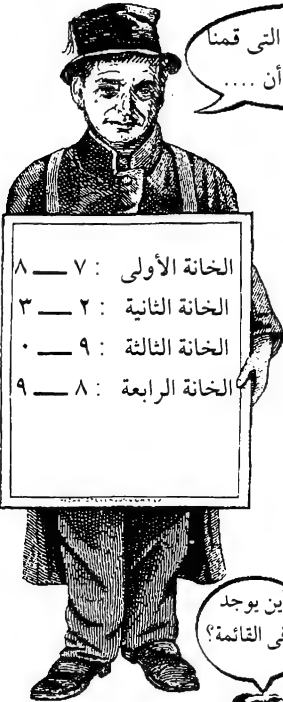
والآن إذا كانت كل الأعداد الحقيقية متضمنة في هذه القائمة فإن أى رقم نتخيله سوف يكون واقعاً في مكان ما في هذه القائمة .

وإذا لم يكن كذلك فيجب أن نسلّم بأننا لم نقم بإحصاء كل الأعداد.





كيف يمكننا إنشاء رقم غير موجود في هذه القائمة ؟ حسناً افترض أن هناك رقماً ما مختلفاً في الخانة الأولى مع الرقم الأول، وفي الخانة الثانية مع الرقم الثاني، والخانة الثالثة مع الثالث وهكذا . ويمكننا فعل ذلك إذا كانت كل خانة في هذا الرقم تزداد بمقدار واحد عن خانة الرقم الموجود في القائمة.



بالنسبة للقائمة التي قمنا بعملها نجد أن

وكما نستطيع أن نلاحظ فإن الأرقام التي وضعتها تأخذ الصورة العشوائية ، ومن الممكن أن تكون مختلفة تماماً ولا يغير ذلك من نقاشنا.

لذلك الرقم الجديد الذي من الممكن أن نسميه الغريب يأخذ الصورة $8309000 =$

وها هو أسلوب البحث



أين يوجد
ع في القائمة؟

ليس في المكان الأول
ولا الثاني ولا الثالث
ولا أي مكان آخر !

لذلك فإن فرضنا
أننا نستطيع أن نحصى
كل الأعداد الحقيقية
فرض خاطئ.

وقد تعامل كانتور مع نوعين من اللانهاية : الأرقام المعدودة.
(مثل الأرقام العادية) والنقاط الواقعة على خط ما . ما هو مدى ارتباطهم ببعض؟ بعد ذلك
يمكن من الحصول على طريقة لوصف الرتب الأعلى من اللانهاية بطريقة عامة.
وبالنسبة لهذه النقطة سنقوم بدراسة فكرة الفئة الجزئية . إذا كانت لدينا فئة مكونة من
ثلاثة عناصر c, b, a فإن فئاتها الجزئية هي الأزواج bc, ab و ac والعناصر الفردية
 c, b, a والفئة الفارغة وكذلك الفئة الأصلية ذاتها.

abc	a	b	c	ab	ac	bc	
-----	---	---	---	----	----	----	--

وبحساب عدد هذه الفئات نجد أنه ثمانى فئات أو 2^3 . وهذه الفئة الجديدة تسمى فئة
قوى (أو الأس) للفئة الأصلية ، وإذا كانت الفئة الأصلية تحتوى على عدد n من العناصر
فإن فئة القوى تحتوى على 2^n عنصر.

وبهذه الطريقة استطاع كانتور أن يكون فئات كبيرة جداً عن طريق تكوين فئة القوى
واحدة تلو الأخرى (أى يحسبها لواحدة ثم يحسب فئة القوى لفئة القوى وهكذا). وقد
ضغ رمزاً جديداً لحجم هذه الفئات .
لكونه يهودياً فقد فضل استخدام
حرف العبرى القديم \aleph (Aleph)
على ذلك إذا كانت فئات
المعدودات لها حجم \aleph
فإن فئة القوى لها تكون
 \aleph^{+1} هكذا.

وعلى الجانـ
الآخر فإن فئة الأعداد
الحتيية على خط الأعا
وهى أول فئة معدودة

هى \aleph_0

ربما يبدو مقبولا
أن نفرض أن \aleph_1 تساوى ١
ولكن هذا الفرض أزعج علماء
الرياضيات عبر
الأجيال.

مستحيل

الطواف حول اللانهايات
كان مثيراً ومربكاً بالفعل ولكنه
بعد ذلك أصبح كارثة !!!



وإذا كنا نتحدث عن الفئات بهذه الصورة العامة ، فلا يوجد شيء يمنعنا من الإشارة إلى فئة كل
الفئات والتي لها معنى لغوي ، أليس كذلك؟ وهذه الفئة لا بد أن تكون أكبر الفئات على الإطلاق
ويتم تعريفها من خلال \mathbb{N} معينة ولكن \mathbb{N}_F . ولكن مثل أي فئة أخرى ما يوجد لهذه الفئة فئة
قوى يعطى رقمها على الصورة \mathbb{N}_F^2 ومن المؤكد أنه أكبر من \mathbb{N}_F لذلك ما قمنا بتعريفها على
أنها أكبر الفئات على الإطلاق يتولد منها فئة أكبر . وهذه الفكرة تحوى تناقضاً ذاتياً !

ويبدو هذا مثل
ثورة الأطفال عندما
يستوقعهم مدرسوهم إذا
سألوا عن آخر رقم.



أزمة فى الرياضيات

قدّم تناقض اللانهاية الذى تم اكتشافه بواسطة كانتور تحدياً جديداً لعلماء الرياضيات. وهذا لا يشابه التحديات الرياضية السابقة مثل $\sqrt{2}$ أو $\frac{\pi}{2}$ ، ولكن على هذه الحالة يوجد تعارض ذاتى واضح. وقد تم إثبات أن هذه التناقضات لا تختلف فى تفاصيلها عن الرياضيات الاصطلاحية.



وفى بداية القرن العشرين شرع مجموعة من الفلاسفة وعلماء الرياضيات فى حل هذه الأزمة، وسألوا...



راشيل والحقيقة الرياضية

كان بيرتراند راشيل من بين من عكفوا على حل هذه الأزمة.
وقد عمل طويلاً في دراسة المنطق والفلسفة والتعليم التقدمي وفي النهاية
التمرد والاحتجاج على الأسلحة النووية. وقد مثلت
الرياضيات بالنسبة له الحقيقة المؤكدة الوحيدة في العالم
في مواجهة الادعاءات الزائفة للرهينة.

قمت أنا وكثير
غيري بدراسة المتناقضات
المنطقية لإيجاد حلول
للأخطاء التي واجهت
كانتور.

وكان هذا معروفاً بالفعل منذ أوقات
اليونانيين القدماء، وقد اعتمد جزء منه
على استخدام «كل» كما في «فئة كل
الفئات».



وأحد أكثر المتناقضات براعة يختص بتسميتها . دعنا نقوم بتعريف B على أنه أقل عدد صحيح يمكن تسميته في ما لا يقل عن ١٩ مقطعاً .
 باستخدام الطريقة العادية نجد أن هذا الرقم كبير جداً لأنه يحتاج تسعة عشر مقطعاً لتسميته : حيث إن الرقم «سبعمئة ألف مليون بليون» يحتاج فقط إلى عشرة مقاطع .



وهذا تناقض خطير جداً بالفعل حيث إنه لا يتضمن إشارة ضمنية ولا حتى يتميز بالشمول. وهذا يوضح مدى صعوبة إنقاذ الوثوق في الرياضيات عن طريق التخلص من أساسياتها المنطقية.



وكان ذلك عن طريق اعتبار النقاشات الرياضية أنها شكلية خالصة مكونة من مجموعة من الرموز، وملاحظة إذا كانت في هذه الحالة قاسية أم لا.

وقد تم تطوير نوع آخر من الهجوم كمحاولة أخيرة لتأمين الحقيقة الرياضية.



على أية حال فقد تم تفجير هذا البرنامج بواسطة أحد مجنديه البارعين، أنا كورت جوديل.

يتم وضع الإثبات في صورة سطور من الرموز المتصلة ببعضها عن طريق بعض قواعد التحويل. وكان الهدف هو توضيح أن الإثباتات «المتحققة» يمكن تمييزها عن الإثباتات «غيرالمتحققة» ، وبذلك فإن أي جملة رياضية من الممكن أن تكون صحيحة أو خطأ.

نظرية "جوديل"

قام جوديل (١٩٠٦ - ٧٨) بنشر نظريته في عام ١٩٣١ كنتيجة لأعمال أ. ن. وايتهيد (١٨٦١ - ١٩٤٧) وكذلك كتاب راشيل المكون من ثلاثة أجزاء عن المنطق الرمزي في الفترة (١٩١٠ - ١٣) Principia Mathematica



وكانت طريقة جوديل تتمثل فى : قام بتخصيص رقم محدد لكل جزء فى الج
الرياضية ، بعد ذلك قام بدمج هذه الأرقام ليحصل على رقم واحد لكل جملة رياة
 . وعن طريق مناقشة مشابهة لمناقشة كانتور قام جوديل بتوليد رقم «علاق» يعبر
 هذه الجملة . وكان هذا الرقم مليئاً بالمعانى
 ولكنه لم يتم إثبات صحته أو بطلانه.



ماكينة "تورينج"

انبثقت من نظرية التحطيم العظيم لجوديل أنواع مختلفة من القوى . وقد التقط ألان تورينج (١٩١٢ - ٥٤) فكرة توليد جمل رياضية بطريقة مختصرة تماماً.

وتتكون ماكينة تورين من شريط وبرنامج يستجيب للمعلومات المتتابعة المخزونة فى مقاطع مختلفة من هذا الشريط وهى تقوم بكل العمليات الابتدائية. وبلغه تكنولوجيا الثلاثينات من القرن الماضى لم يكن لهذه



الآلة استخدام عملى ولكنها أمدت تورينج بإصدار من طريقة جوديل التى كان يحتاج إليها فى بحثه.

وفى القريب العاجل أصبحت تخيلات تورينج عملية جداً حيث إنها أصبحت دليل تطوير الحاسبات فى أثناء الحرب العالمية الثانية .

وقد بدأت الحاسبات على صورة آلات حاسبة

ضخمة يتم تشغيل البرنامج عن طريق الضغط

على أزرار ومفاتيح من الخارج . وكان التطور الهائل

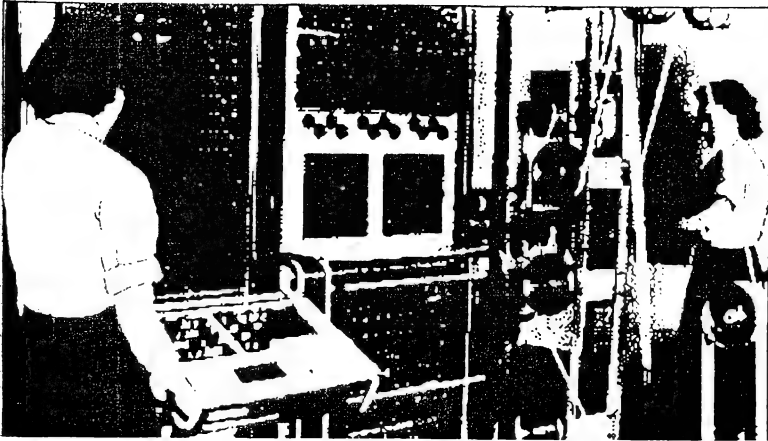
عندما تم تحميل البرنامج داخل الحاسب على أنه

أحد ملفات البنائية الذى يقوم بتوجيه العمليات

فى كل الملفات الأخرى . ولا توجد الآن حدود

لتعقيدات وقابلية تكيف الحاسب .

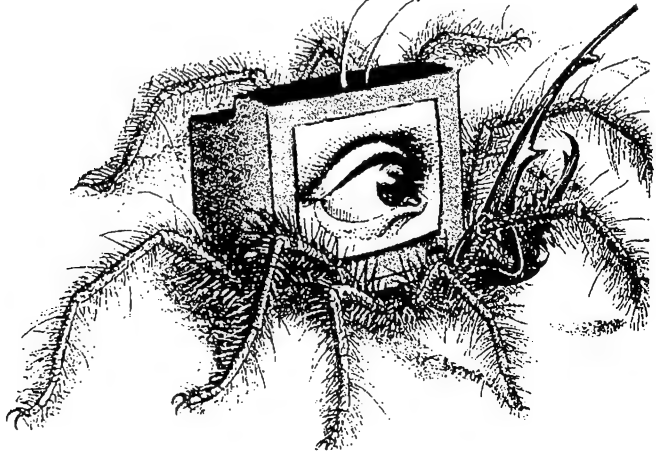
أصبحت لدى
مميزات الحاسب، الذى
يختلف اختلافاً تاماً عن
الآلات الحاسبة
الميكانيكية.



وقد ساعد تورينج في كسب الحرب العالمية الثانية حيث إنه كان ضمن الفريق الذى كسر شفرة «الغز» الألمانى ماكينة الشفرة .
وقد مات تورينج بصورة مأساوية وبالتحديد كنتيجة لاضطهاده ومحاكمته وقد تم تسميمه بسم السياناتيد حيث وجدت بجانبه التفاحة المسممة مأكول منها قضة.



وقد بدت رؤية تورينج للكمبيوتر المختصر أنها فادحة خاصة على المدى الطويل . ففى مخططة للعمليات البسيطة لم يكن هناك مكان خصص لبرمجة الأخطاء أو الحاجة «لمعالجة الأخطاء» . وقد دام الاعتقاد بأن الحاسبات لا تخطئ لمدة قرون، بمعنى أن أى خطأ هو نتيجة لأخطاء البشر . والآن فقط وبعد اكتشاف Millennium Bug بدأنا نتحقق الأنظمة المختصرة لنظرية الحاسبات وبرمجتها ليست حقائق إلهية، ولكنها أيضاً منتجات بشرية.



الفراكتالات

تظهر الآن قوة الكمبيوتر في الرياضيات نفسها ، حيث قادنا الرسم بالكمبيوتر إلى نوع جديد من الهندسة يُعرف بهندسة الفراكتالات والذي يتكون من أنواع خاصة من الأشكال غير المنتظمة المتشابهة في ذاتها، بمعنى أن أى نظام جزئى من نظام الفراكتال يكون مكافئاً للنظام ككل.

الفراكتالات

هى إنشاءات جميلة جداً
وعلى درجة عالية من
التمقيد. وأيضاً بسيطة جداً
تعتبر الفراكتالات
معقدة نتيجة التفاصيل
اللانهاية التى تحتويها

والخصائص الرياضية المنفردة

لا يوجد فراكتالات متماثلات أبداً .

وتعتبر بسيطة لأنها تنتج بواسطة عملية بسيطة جداً.

(تسلياً)

وإذا بدأنا بمعادلة بسيطة مثل $S+2=$ ص حيث إن س رقم مركب يسمح له بالتغير بينما ص رقم مركب ثابت . نقوم بوضع قيمتين (س، ص) ونبلغ الحاسب بوضع الناتج محل س فى الخطوة التالية ثم يكرر ذلك فى الخطوات المتتابعة ، وتكون النتيجة مذهلة.

وقد وصف بينوا ماندلبرو (المولود عام ١٩٢٤) عالم الرياضيات الفرنسي (البولندي الأصل) مكتشف الفراكتلات على أنها طريقة لرؤية اللانهاية.



يرتبط اسمي
بالفراكتال الشهير
المرسوم في صفحة
١٤٩ والمسمى بـ
«فتة ماندلبرو».



وفي هذه الأيام تستخدم الفراكتلات في وصف الظواهر المعقدة مثل اضطرابات توزيع الزلازل وتطور المدن . وقد أدت هندسة الفراكتلات إلى الفرع الرياضي الجديد نظرية العماء.

نظرية العماء

تقوم نظرية العماء بوصف ظواهر ليست عشوائية ولا يمكن التنبؤ بها
نفس الوقت فهي تُوصف بواسطة المعادلات التفاضلية.
نح هذا السلوك لأن أى تغيير بسيط فى الشروط
بتدائية يؤدي إلى تغير كبير جداً فى سلوك الحلول
بهاية . والوصف التقليدي (المبالغ فيه حقيقة)
له الخاصية.

... رفرفة أجنحة

الفراشة من الممكن

أن تؤثر على مسار

العاصفة.



ربما يعتبر أعظم
الإسهامات الهامة لنظرية العماء في
فهمنا للرياضيات هي أنها جعلت
التجاهل على قدر من الاحترام.

حيث إنها أمدت
علماء الرياضيات بمسائل
لحلها والتي تهتم باستحالة
المعرفة المفصلة.

كانت أول مرة
تنهار فيها الثقة في الرياضيات
عند اكتشاف مناقضات
لأنها في بداية القرن العشرين
حيث كانت هناك «أزمة في
الأساسيات».

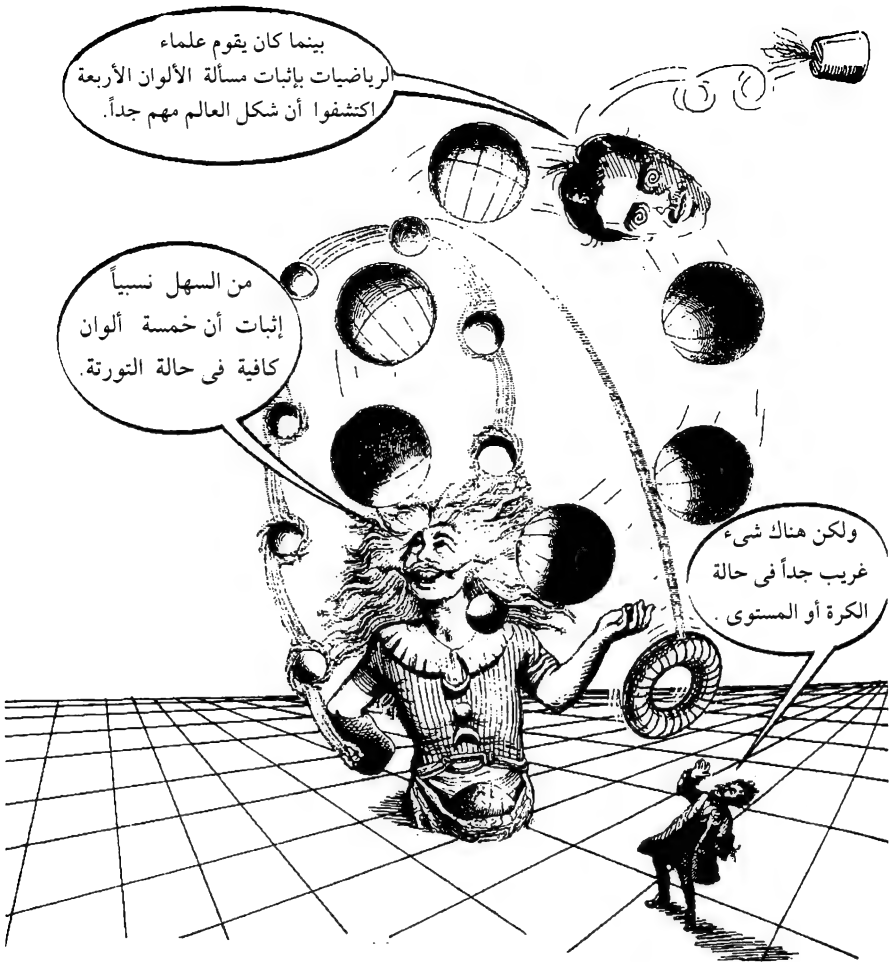
وقى هذه المرة
فإن التعارض يتعلق
بالتقدم ، وبهذه الطريقة
فإننا نلاحظ التغير المستمر
في الموضوعات التي
تختص الرياضيات
بدراستها.

الطوبولوجى

تظهر الآن قوة الحاسبات فى مجالات أخرى ملحوظة أكثر، فقد قامت الحاسبات بالبراهين التى وقف أمامها العقل البشرى عاجزاً . وأكثر الحالات الشهيرة المعاصرة هى الطوبولوجى . يهتم علم الطوبولوجى بدراسة العلاقات بين التكوينات بغض النظر عن أشكالها . وبصيغة رياضية فإن هذا المجال هو المجال الرياضى الذى يسهل فيه ذكر المشكلة ولكن يصعب جداً حلها.

وواحدة من أصعب التحديات فى مشاكل الطوبولوجى هى «نظرية الألوان الأربعة» والتى تنص على أن أى خريطة يمكن تلوينها بواسطة أربعة ألوان على الأكثر . والقاعدة الوحيدة هى عدم تشارك دولتين متجاورتين فى نفس اللون . والتقييد الوحيد هنا هو أن كل دولة تكون عبارة عن قطعة منفردة ومتصلة من الأرض ولا يوجد أى دولة تحتوى على دولة بداخلها على هيئة جزيرة كما فى حالة إيطاليا وسويسرا بالقرب من لوجانو Lugano



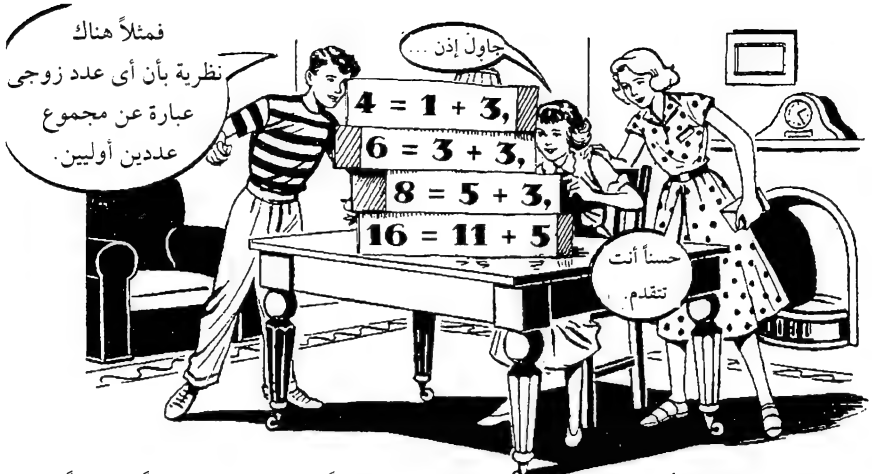


وقد تم التوصل إلى إثبات في عام ١٩٧٦ ، ولكنه اعتمد على دراسة مفصلة لأكثر من ألف حالة وهي شيء خارج حدود استطاعة الإنسان. لذلك فقد تم تصميم برنامج كمبيوتر لاختبار الحالات الخاصة في وقتها وقد نجح في ذلك وأعطى النتائج المرجوة.

ولكن في ذلك الوقت اشتكى بعض علماء الرياضيات من أنهم لا يستطيعون اختبار الإثبات ! حيث إن برنامج الكمبيوتر عبارة عن مجموعة من الأوامر وليس جملًا متصلًا منطقيًا . هل نستطيع أن نجزم بأن برنامجاً ما قد تمت معالجته من الأخطاء أكثر من برنامج آخر ؟ وفي الحال تم التوصل إلى إجماع على مفاده وأصبح الإثبات الآن «متحققاً»

نظرية الأرقام

وكما في حالة الطوبولوجي فإن المشاكل في نظرية الأعداد سهلة الوصف ولكنها صعبة الحل .



إثبات ذلك لكل الأعداد الزوجية يعتبر عملية صعبة جداً . وكان هذا تحدياً حقيقياً لعلماء الرياضيات لفترة طويلة . وأول محاولة ناجحة لحل هذه المشكلة والمعروفة . بـ «حدس جولد باخ» بينت أننا لسنا بحاجة لأكثر من ٤٠٠٠٠٠ عدد أولي !



وأشهر نظرية فى هذا المجال هى التى وضعها عالم الرياضيات الفرنسى بيير دى فيرما (١٦٠١ - ٦٥) .



وقد نتجت هذه النظرية من دراستى لأقدم علاقة رياضية وهى نظرية فيثاغورث، وحيث إنه هناك عدد لا نهائى من الحلول للمعادلة ...

$$٢^١ + ٢^٢ = ٢^٣$$

حيث أوب و ح أعداد صحيحة وإنشاء مثل هذه الثلاثيات كان معروفاً لمدة قرون مضت ..

وقد رأينا أن علماء الرياضيات المسلمين فكروا فى معادلات شبيهة ولكن بأسس أعلى. وقد حاول بعضهم إثبات استحالة وجود مثال لأرقام تحقق المعادلة: $٣^٣ + ٣^٣ = ٣^٤$.

ولكن بيير دى فيرما اعتقد أنه قد توصل إلى مثل تلك المجموعات متصوراً أنه قد أثبت أن المعادلة $٣^٣ + ٣^٣ = ٣^٤$ ليس لها حلول على صورة أعداد صحيحة إذا كانت ٣ أكبر من اثنين.

وقد كتب لأحد أصدقائه أنه قد توصل إلى إثبات دقيق لهذه النقطة ولكن هامش الخطاب لم يستوعبه ! لذلك فإنه قد بدأ مطاردة استمرت لقرون ولم تنته إلا حديثاً. وقد تم التوصل إلى هذا الإثبات بواسطة عالم الرياضيات الإنجليزى أندرو ويلز (المولود عام ١٩٥٣) الذى يقوم بالتدريس الآن فى جامعة برينستون.



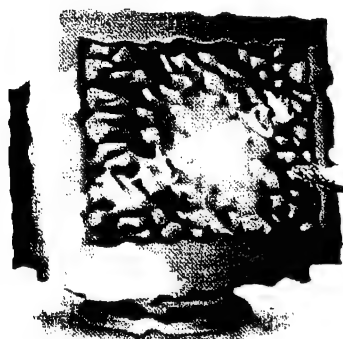
تضمن هذا الرياضيات العميقة المبهمة عبر آلاف السطور التى تحتوى على مئات الحسابات والاتصالات المنطقية.

ويؤدى كل هذا إلى توضيح أن العقل البشرى يستطيع أن يتوصل إلى ما لا يستطيع الكمبيوتر التوصل إليه.

وقد أصبحت نظرية الأعداد واحدة من أقل فروع الرياضيات قابلية للتطبيق. ولكن أثناء تطور المجالات المختلفة فإن هناك تفاعلات بينها بطرق غير متوقعة.

علم تخطيط الشيفرة
(عمل وكسر الشفرات) كان هاماً
فقط بالنسبة للجنود والجواسيس.

ولكنه أصبح فجأة على درجة عالية من الأهمية التجارية والتكنولوجية والسياسية فى تأمين الرسائل عبر الانترنت والذي يعتمد كلياً على صعوبة كسر شفرتها.



يجب فعل
شيء ما.

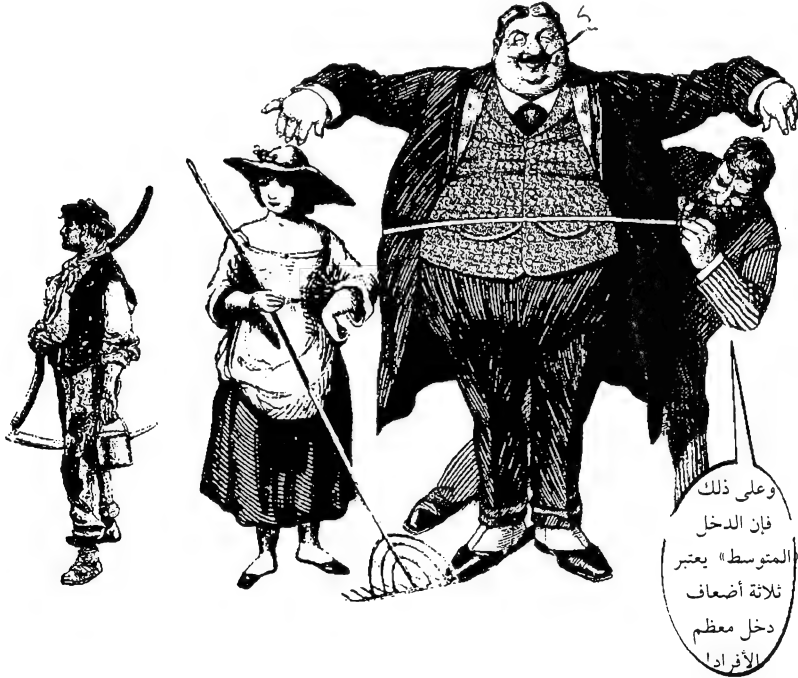


وأفضل طريقة لعمل الشفرات هو استخدام أرقام كبيرة جداً لا يمكن حساب مكوناتها. وعملية تعريف هذه الأرقام ووضع طرق لإنشائها وكسرها تتضمن العمل بنظرية الأعداد والمجموعات. لذلك فإن أكثر العلوم ميلاً لأن تكون نظرية أصبحت الآن فى لب التطبيق العملى. وقد أصبحت هذه المشكلة على درجة عالية من السياسة حيث إن الحكومات تهتم بحل شفرات الرسائل المتبادلة بين المجرمين والإرهابيين.

الإحصاء

علم الإحصاء هو أكثر نقاط الرياضيات شيوعاً واتصالاً بالأفراد العاديين. ويعنى علم الإحصاء «فن الحكم» حيث إن الحكومات تستطيع أن تقوم بأعمالها على وجه حسن إذا تمكنت من جمع معلومات عما يدور في مملكتهم. ولكن مجرد جمع أرقام متضاربة ليس بالعمل الكافي إنما يجب أن نقوم بربط وتحليل وتلخيص هذه الأرقام حتى تصبح مفيدة. وفي هذا العمل سنقوم باستخدام كل المقاييس المختلفة للإحصاء مثل «المتوسط» ولكن مثل هذه المقاييس تعتبر ممثلاً لمجموعة من الأرقام وبينما تقوم بتوضيح بعض الأرقام في وقت ما فهي أيضاً تقوم بإخفاء مظاهر البعض الآخر. ولمعرفة كيفية تطبيق الإحصاء دعنا نتخيل قرية بها :

مائة قروي يتكسبون	وعشرة مزارعين يتكسبون	بالإضافة إلى سيد القرية الذي
١٠٠ دولار في السنة	١٠٠٠ دولار في السنة	يجني ١٠٠٠٠ دولار في السنة.



والدخل الكلي لهذه القرية يصبح ٣٠٠٠٠ دولار ، وإذا قسمناه على ١١١ فرداً ، فإنه يعطى ٢٧٠ دولاراً في السنة لأغلب الحالات.

وإذا أخذنا في اعتبارنا الدخل المتوسط (حيث يوجد ٥٪ فقط لهم دخل أكبر) أو الأسلوب السائد (وهو الدخل الذي يتكسبه معظم الناس). وفي كلتا الحالتين سيكون ذلك ١٠٠ دولار فقط أى أنه يتجاهل دخل الأشخاص الأكثر ثراءً. ولكي نقوم بتوضيح صورة الدخل على نحو أفضل فربما نتجاهل الأعشار العليا أو السفلى (مستوى ١٠٪ و ٩٠٪). وبالنسبة لعشر ٩٠٪ فإنه يلحق بالفرض الحادى عشر من أعلى وهو الدخل الأوسط.

وبالرغم من كل صور التقنية هذه فإننا نلاحظ أن أساليب الإحصاء هذه لا تتضمن القائمين على العمل الزراعى بصورة دائمة فهم يقومون ببيع الذئور وشراء كل المحصول من القرية.

والمثال السابق يوضح لنا أنه لا يوجد شىء إحصائى يعبر عن كل الأهداف، وهى ما تسمى بالإحصاء المتعادلة بالفعل من السهل التعامل مع الإحصاء..

هناك خدع قذرة مثل الرسومات التى لا تحتوى على مقياس رسم أو الصور التى يحجب نصفها كل الانطباع عن تضاعف الحجم.

ولكن هذا لا يعنى أن كل الإحصاء نتاج ضرر أو نزوة أو فساد!

قيم «أ»

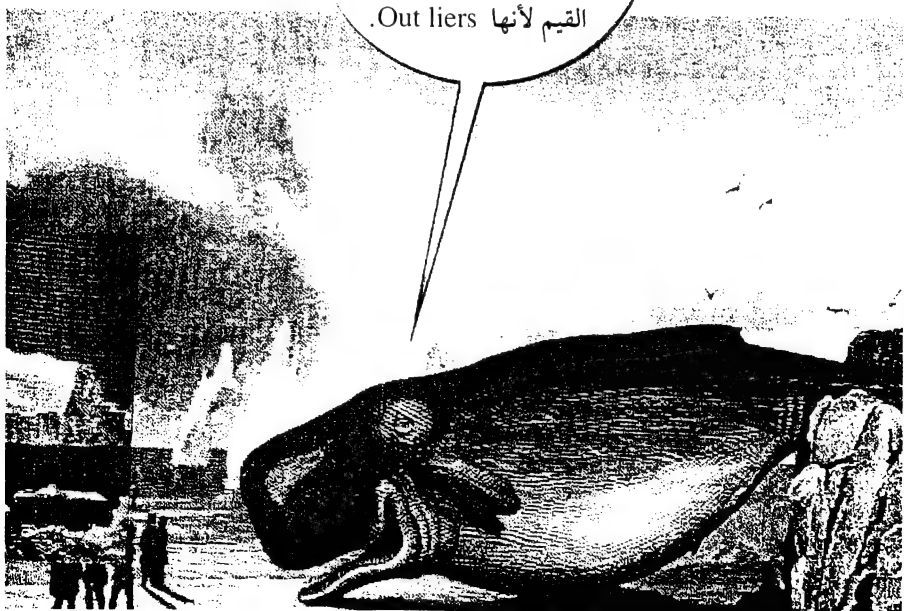
فى كل اختبارات الإحصاء يوجد رقم يتم الاستشهاد به يسمى «حد الثقة» أو «أ» وهو يأخذ قيم ٥٪ أو ١٪ أو أى قيمة أخرى . وهذا الرقم يحدد درجة التأكد من هذا الاختبار يتوافق مع مجموعة الأرقام التى يتعامل معها . وهذا الرقم يعبر الأرقام الشاذة التى تعطى نتائج إيجابية ولكنها خاطئة . ولا يوجد اختبار يعطى ن مثالية ! فكلما ازدادت درجة التأكد زادت تكلفة هذا الاختبار وهذا يعنى أنه يتعين القائمين على اختبارها أن يتقبلوا كل أنواع الخطأ الممكنة .



ذلك يعنى أن هناك إقراراً بأن قيم أ يتم تصميمها بحيث إنها تحد من فرصة النتائج الإيجابية الخاطئة . وكلما زادت صرامة قيمة أ ازدادت اختيارية الاختبار ولكن على الجانب الآخر فإنها تجعله أقل حساسية . ففى مثال اختبار سمية بعض الملوثات البيئية فإن قيمة أ التى تُقدر بـ ٩٥٪ تجنبنا الإنذارات الخاطئة للملوثات ولكنها فى نفس الوقت تجعلنا أكثر عرضة للأضرار الكاذبة . لذلك فإنه يتعين علينا أن نسأل أنفسنا أثناء القيام ببعض الاختبارات الواجبة : هل بعض المواد بالفعل لها آثار ضارة أم أن الآثار المنذرة يجب قبولها على أية حال؟ وفى كلتا الحالتين يجب اتخاذ إجراء وقائى . والسؤال المحتوم فى هذه الحالة هو : لمصلحة من تتم هذه الاختبارات؟

وحتى فى الاستخدامات الأبسط للإحصاء كما فى عملية تمثيل المعلومات التجريبية فإنه يتعذر علينا الحكم على القيم . بالطبع لا تتلازم كل النقاط مع المنحنى المرسوم وإلا إذا كانوا قريبين جداً فهذا يعنى أنها قيم ملفقة . وكذلك هناك بعض القيم تبعد تماماً عن باقى الحشد ونسمى هذه القيم "Out liers" وإذا تم إدراجهم مع القيم فسوف يؤثرون بالسلب لذلك فيجب تجنبهم بعد التأكد من أنهم لا ينتمون إلى هذه الفئة (ربما نتيجة خطأ ما فى القياس).

لم نكن نعرف أول
دليل على وجود ثقب الأوزون ،
وكان ذلك نتيجة أن نظام الإحصاء
فى الحاسب يتجنب بعض
القيم لأنها Out liers .



الاحتمال

تُبنى طرق التعامل مع البيانات الإحصائية بصورة أساسية على نظرية الاحتمال . ويتضمن هذا ثلاثة مبادئ واضحة والتي تتداخل مع بعضها بصورة متكررة.



الأول هو الاحتمالية
الهندسية التي تعتمد على
التماثلات مثلما نقول : إن
احتمالية الحصول على سبعة
أثناء إلقاء زوج من أحجار
الترد يساوى السدس .

هناك ست طرق من إجمالي ست
وثلاثين يكون المجموع فيها سبعة)

أما الثانية فهي الاحتمالية المعملية
للأشخاص الذين يُعمرون أكثر من خمسة
وسبعين عاماً والتي تبنى على معلومات قد تم
جمعها في وقت سابق .

وفي النهاية نجد «أحكام» الاحتمال مثل
احتمالية فوز أفراد غريبة في سباق الخيل أو
الانتخابات العامة .

وبالرغم من أن هذه الاحتمالات واضحة
من ناحية المفهوم إلا أنها شائعة الاستخدام مع
بعضها دون تفريق واضح . لكل هذه الأسباب
فإن الاستنتاجات الإحصائية تقع في العديد من
المآزق .

افترض أن شخصاً ما يقول لصديقه.

هذه القطعة
المعدنية موجهة حيث
إنني أحصل على صورة
كلما ألقيتها!

كم عدد المرات
التي حاولت فيها؟



واحدة.

هذا سخيف،
المحاولة الواحدة
دائماً تعطى كل
النتائج متشابهة.



وإذا ألقيتها مرة أخرى وأظهرت صورة أيضاً.

أترين؟

هكذا يثبت ما أقول

لا، هذا مجرد توافق،
وربما يحدث في أى
وقت يجب أن تلقىها
أكثر من ذلك.



حسناً ما هو
عدد المرات التي أحصل
فيها على صورة لكى أجزم
بأن القطعة موجهة



وفجأة ارتبك الأصدقاء ، فهي كانت تعرف أن
القطعة الغير الموجهة تعطى احتمالات هندسية
متساوية للصورة والكتابة . لذلك فإنه على المدى
الطويل تميل القطعة المعدنية غير الموجهة لأن
تظهر أعداداً متساوية من الصور والكتابة . ومن
الممكن إثبات ذلك بالتجريب . ولكى نقوم بعمل
حكم على ما إذا كانت القطعة موجهة أو لا ، فهذه
قصة أخرى.



تتطلب الأحكام ، على «توجيه» قطعة النقود، النظرية الرياضية للاحتمال والإحصاء .
 وفي هذه الحالة سيصاحب الافتراضات عن سلوك قطعة النقود تصميم تجريبي
 بالإضافة إلى تقييم مقادير الخطأ ووضع حدود يقينية للأحكام النهائية. ويقودنا تحليل
 إلقاء قطعة النقود بعد توضيحه إلى مجموعة من النتائج الخطيرة . فبينما تبدو صيغة
 السؤال المباشر أنها نص بسيط للاحتمال (الصور والكتابة لهم احتمالات متساوية في
 القطعة غير الموجهة) ، فالصيغة العكسية (هل القطعة موجهة؟) تتضمن أحكاماً مدغمة
 بواسطة علم الإحصاء.

عندما تمتاز النقاشات الإحصائية بمبدأ
 المُسبب نجد أن هناك ارتباطات في كل مكان
 ، فهناك قصة عن رجل لا يحب السفر بالطيران
 أبداً...



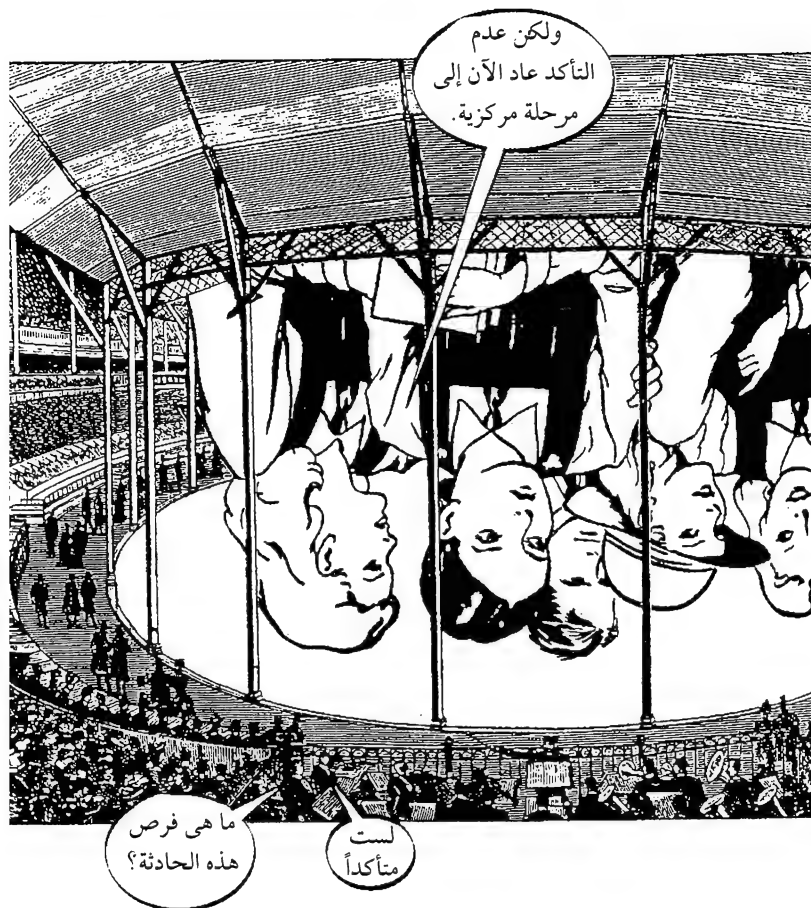
عدم التأكد

يقع هؤلاء المختصون بإمداد الأرقام سواء إذا كانت إلى السياسيين أو إلى عامة الشعب في ورطة كبيرة ، فإذا قاموا بتوضيح عدم التأكد والتحفظات حول أرقام معينة لن يكون ذلك مفهوماً.

وعلى الجانب الآخر إذا قاموا بتبسيط العملية وذكروا «أرقاماً ساحرة» على قدر أمان كبير فسوف يدعى الناس عليهم بالخداع.



ويمكن التحدى العظيم للرياضيات من الناحية الاجتماعية فى إدارة وتنظيم ند. ولقد ساد الاعتقاد لفترة طويلة بأن تقدم العلوم الطبيعية من الممكن أن ية عدم التأكد والتي ظلت لها إمكانية الترويض بواسطة نظرية الاحتمال.



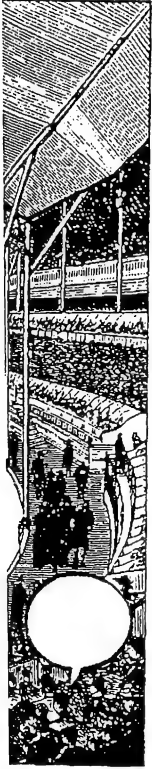
وقد قام عدم التأكد بقهر الرياضيات، وعلى الجانب الآخر فهو أساس لـ «نم» فى الفيزياء .. وفى هذه الأيام علينا أن نتحدى آثار الحضارة الصناعية على ايعية.

وقد أصبح عدم التأكد فى المقدمة لأول مرة. وتعتبر تسمية أخرى جديدة ااضيات بـ «النكبة Catastrophe» أو «العماء Chaos» غير مدهشة. والآن نسة وضع عدم التأكد ضمن أفكارنا التى توضح ما تتضمنه الرياضيات.

الأرقام السياسية

يعتبر فهمنا للأرقام (والتي تم وضعها للعد والحساب) غير ملائم بالنسبة للأرقام المستخدمة في صنع السياسة. هذه الاستخدامات تتطلب مفهوماً ومهارات مختلفة.

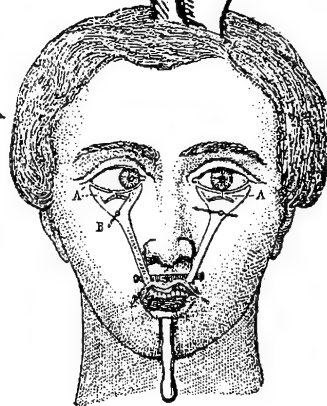
وبسبب اعتيادنا الدائم على كون الرياضيات دقيقة وصحيحة ، فإننا لا نميل إلى تصديق أن عدم التأكد يعتبر جزءاً من الأرقام السياسية. وقد أدى الذكر الدقيق للأرقام في وسائل الإعلام إلى إيقاع عدم التأكد في أزمة كبيرة. وعلى كل حال فإذا ذكرنا رقماً ما مكوناً من خانتين مثل ٤٧ فإننا نعرف أنه مختلف عن ٤٦ ، ٤٨ ، أو أننا نعرفه بدقة حوالي ٢٪.



وإذا كان الرقم ٤٧ هو حد آمن تم حسابه من كل أنواع البيانات بكل أنواع التفسير ، فما هي فرصة أننا نعرفه بدقة حوالي ٢٪.



الدقة الزائدة محيرة ومضللة ويعانى من استخدامها كل من المستخدم والأشخاص الذين يمدونهم بها.



وتعتمد تأثيرات الأرقام الملحوظة على صنع السياسة على محتوى تلك الأرقام. وهناك حوار في الكتاب المقدس تم فيه عرض تعقيد مذهل، في جينسى ١٨ . كان أبراهام والسيد قبل مدينتى "سدوم" و"جموره" وقال السيد ..



وعلى ذلك فقد نقل أبراهام النقاش

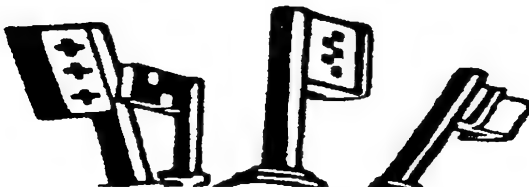
إلى مستوى آخر، فهو الآن ليس عن السياسة (العفو عن المدينة إذا كانت هناك أرواح صالحة) ولكنه عن التحقيق (ماذا يحدث لو أننا أقل من النسبة؟) في هذا النص نجد أن خمسين ليس عدداً ولكنه رقم سياسى يتضمن تفاوتاً ما. وقد كان رأى أبراهام أن ٤٥ يقع داخل هذا التفاوت . هل بالتأكيد سيقوم السيد بتدمير المدينة لنقص خمسة، والتى ظهر من النص أنها أقل من حد الملاحظة؟ وفى النهاية استسلم السيد، وذلك ربما لأنه لاحظ مهارة خصمه، وجعل الحصنة تقل إلى عشرة أرواح صالحة. وبحكمة لم يقم أبراهام بأى مساومات أخرى.





وتوضح قصة «إنقاذ سدوم» أن الأرقام يمكن أن يكون لها معانٍ كثيرة مختلفة في النقاش . فترتب «خمسون» بالتقدير أما «خمس» أو «خمس» وأربعون» فترتبط بتفاوت هذا التقدير. ويعتمد الاختلاف بين «خمسين» و«خمس» وأربعين» على النص. وربما تتم ملاحظة هذا الفرق (إذا كان خارج التفاوت في أوقات ما ولا يُلاحظ في أوقات أخرى. وبالرغم من أن المثال كان عن الأرقام السياسية ولكل نقطة أن المعنى يعتمد على النص تتحقق في كل التقديرات والقياسات.

ويمكن ملاحظة نفس الظاهرة في «تناقض المفتاح» عندما يستخدم شخص مفتاحاً جديداً لقفله فإنه يكون متوافقاً معه، وإذا قام أحدهم بعمل نسخة منه فإن هذه النسخة تتوافق أيضاً مع القفل. إن سماحية الآلة كانت قريبة من سماحية القفل. ولكننا نلاحظ أنه بعد تكرار النسخ من النسخة نابعياً فإن النسخة الأخيرة لا تتوافق مع القفل وذلك لأنه تم تراكم سماحيات الآلة في كل مرة بدلالة القياس نجد أن $C=B=A$ ولكن $K=A$. ويبدو هذا جنوناً بدلالة الحسابات العادية ولكنه يوضح أن الأرقام في حالة القياس والتقدير يكون لها معنى فقط بناءً على محتوى النص ولا تعني نفس المعنى في حالة العد البسيط.



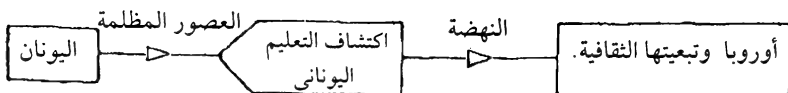
الرياضيات والمركزية الأوروبية

لقد لعبت الرياضيات الأوروبية دوراً هاماً في الوعي الذاتي لأوروبا أى الإحساس بأن الثقافة الأوروبية هي الأعظم وأنها هي الحقيقة الوحيدة. ويرى الناس الذين يعتقدون أن الرياضيات عالمية أنه من الصعب أن تكون الرياضيات والإمبريالية تماشوا جنباً إلى جنب. ولكن الرياضيات قد تم استخدامها كوسيلة لتحقيق سفلية ووضاعة الثقافات غير الأوروبية.



قامت أوروبا باستخدام
ثلاث طرق لنشر المركزية
الأوروبية في الرياضيات.

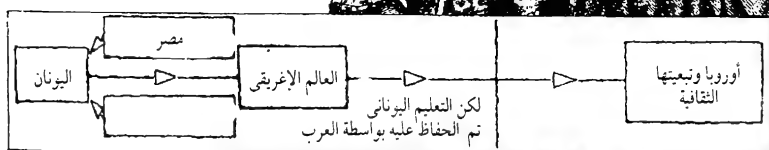
١- قامت باستخدام إسهامات الثقافات غير الأوروبية وفي نفس الوقت أخفتها. لم يكن هناك أى تقدم قبل معجزة اليونان وأيضاً في الفترة بين ذلك والنهضة الأوروبية في القرن السادس عشر. وهذا هو المبدأ التقليدي للمركزية الأوروبية.



قامت أوروبا بتعريف الرياضيات بطريقة معينة وأعلنت أن مساهمات الحضارات الأخرى لم تكن رياضيات حقيقية.

فقد تم وصف الأساليب الرياضية غير الأوروبية بأنها كانت تعتمد على التجريب كليةً وبالتالي فهي ليست رياضيات تأملية حقيقية.

ولكن العرب كانوا على درجة كرم كافية لحفظ الميراث اليوناني من الرياضيات التأملية وإمراره إلى وريث اليونان الشرعى! علماء الرياضيات الأوروبيين في عصر النهضة



٣- وشرعت أوروبا الرأي القائل بأن التطور الرياضي كان نتاجاً أوروبياً بصورة خالصة وقامت بتدريس ذلك في تعليم الرياضيات.

جورج غيفرغيز يوسف عالم تاريخ الرياضيات وهو بريطاني آسيوي.

وحتى في هذه الأيام فإن الرياضيات يتم تدريسها على أنها أبولوجية إمبريالية



وقد أعدت الخبرة الإمبريالية الطلاب للاعتقاد بأنه ليس هناك مجال للتفكير في أن غير الأوروبيين يستطيعون إنتاج معرفة رياضية وقد شجعت الأسطورة القائلة بأن الرياضيات كانت هبة حضارية نقلتها أوروبا إلى مستعمراتها وومضة بروميشية جعلت بعض الأفراد المتخلفين يخترقون أسرار العلم والتكنولوجيا لدخول العصر الحديث.

الرياضيات العرقية



فهى تهدف إلى إقامة علاقة قوية بين الرياضيات والثقافة والمجتمع وتذكرنا بأن الرياضيات تحتوى على أشياء أكثر من الدراسات المجردة النظرية الأفلاطونية ومناهج التدريس المشتقة منها. ويمكننا أن نرى المقدار الكبير الذى أثرت به أشكال الإبداع والابتكار فى الطرق المختلفة التى يتناول بها الأفراد المختلفون الأمور الرياضية.



لذلك فإن الرياضيات العرقية لا تتضمن الأنظمة الصياغية الرمزية فحسب ولكن أيضاً التصميم المكانى وطرق الإنشاء العملية وطرق الحساب والقياسات فى الزمن والمكان وطرق معينة للفهم والإشارة ونشاطات مادية ومعرفية أخرى.



الرياضيات ونوع الجنس

والنساء القلائل الذين أتاحت لهم فرصة المشاركة في الرياضيات في العصور الماضية كانوا مجرد طرفة. وأحد عالمات الرياضيات هي الفرنسية صوفي جيرمان



لسوء الحظ، ولكنه حقيقي،
ميراثنا الرياضي تم إيداع
الجزء الأكبر منه بواسطة
«الرجل الأبيض»

(١٧٧٦ - ١٨٣١) والتي قدمت
نفسها على أنها رجل من
خلال نقاشها مع عالم
الرياضيات الألماني «كارى
فريدريك جاوس». (١٧٧٧
- ١٨٥٥).



تم إفشاء سرى عندما دخل
جيش نابليون مدينة جوتينجن
واستخدمت نفوذى لتأمين
سلامته

كنت مذهولاً عندما قدم الفائت
الفرنسي اعتذارات الأنسة جيرمان
لى، كنت أعتقد أن رفيتى فى
باريس هو رجل شاب



وقد قدم علماء علم النفس العديد من الأسباب التي أدت إلى وضاعة

النساء في الرياضيات.

ولكن الآن هؤلاء
الفتيات يملون في الرياضيات
بلاءاً حسناً أكثر من الأولاد وقد
قيل إن هذه مشكلة اجتماعية
تحتاج إلى حل عاجل



أين الآن

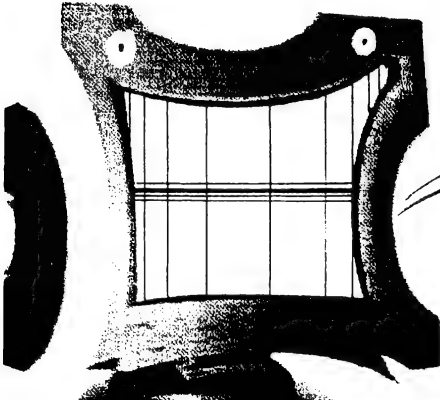
لقد سادت وجهة النظر الأفلاطونية للرياضيات فى الثقافة الغربية على مدى العصور.

ووجهة النظر هذه كانت
عن المعرفة المتمحورة من
التمرين والتي تقترب
من الحقيقة وتنتحرر من
التعارضات

وهناك العديد من
المفارقات بين وجهة
النظر والحقيقة تم نزعها
من هذه الرؤية



ويقوم الفلاسفة والمدرسون
والمشيوعون بتقديم الرياضيات
بهذه الوجهة الأفلاطونية . وتم
تخيّل العلم على أنه تطبيق
للحقائق الرياضية . وكجزء من
هذه الصورة ، تم تجاهل أو
تشويه إسهامات الثقافات الغير
أوروبية فى الرياضيات.



وبالرغم من
أن البحث الرياضى
قد تجاهل مبادئ عدم
التأكد فى الفكر الرياضى
إلا أن ظهور الحاسبات
الآلية جعل الرياضيات الحسابة
المبنية على التجريب تتألف
مع النظرية

وبغض النظر عن انتشار معرفة القراءة والكتابة إلا أنها لا تزال مقتصرة على صفوة الاجتماعيين والمثقفين .



وتحت هذه الظروف فمن الضروري لنا أن نعرف ونقدر فشل الرياضيات (من خلال العلم) في انتزاع عدم التأكد من العالم العملي من حولنا. ومن الضروري أيضاً أن نعيد التفكير في المعرفة الحقيقية وكيفية تحققها.

لذلك فإن الرياضيات تواجه تحديات جديدة. وعلى المواطن أن يقوم بدوره في مواجهة هذه التحديات. ففي كلمات الأستاذ بيركلي: كل واحد....

عليه أن يستخدم
حكمه الخاص به بدون
تشويه أو اختلاف
من أجل الأفضل
للرياضيات



... في المشاكل الشائعة من حولنا.

وفهم طرق
المعيشة والمعرفة
الجديدة متضمنة كل
الناس والثقافات
ستتطلب صبراً طويلاً
في التدريب العلمي
والاجتماعي معاً

وفي هذين
المجالين ستقوم الرياضيات،
بعد تحررها من أفكار المركزية
الأوروبية والصورة الأفلاطونية،
بلعب دور جديد بتاريخ جديد
للتطور وقوى جديدة وكذلك
وبدون شك بمتناقضات
جديدة



المحتويات

الموضوع	الصفحة
مقدمة	5
لماذا الرياضيات	9
الحساب	13
الأرقام المكتوبة	19
الصفر	30
أرقام خاصة	33
الأرقام الكبيرة	37
الأسس	39
اللوغاريتمات	43
الحساب Calculation	45
المعادلات	48
القياس	54
الرياضيات اليونانية	60
فيثاغورث	61
متناقضات «زينو»	63
إقليدس	65
الرياضيات الصينية	68
تشيو تشانج	70
أربعة علماء رياضيات صينيون	71
الرياضيات الهندية	74
هندسة «الفيدا»	75
براهما جوبتا	77
أرقام جاين	78
اندماجات «فيديك» و«جاين»	79
الشعر الرياضي	80

82	رامانوجان
83	الرياضيات الإسلامية
84	الخوارزمي
85	تطوير الجبر
88	اكتشاف حساب المثلثات
89	البطاني
90	أبو وفا
91	ابن يونس وثابت بن قرة
92	الطوسي
93	حل المسائل التي تتضمن أرقاماً صحيحة
94	نشأة الرياضيات الأوروبية
97	رينيه ديكارت
99	الهندسة التحليلية
102	الدوال
107	التفاضل والتكامل
108	التفاضل
111	التكامل
117	أسئلة بيركلي
120	إله أويلر
124	علوم الهندسة اللاإقليدية
126	الفضاءات نونية الأبعاد
128	إيفارست جالوا
129	المجموعات
132	العمليات الجبرية على الفئات
135	كانتور والفئات
141	أزمة في الرياضيات
142	راشيل والحقيقة الرياضية
145	نظرية «جوديل»

147	ماكينة «تورينج».
149 Fractals الفراككتلات
151	نظرية العماء
153	الطبولوجى
155	نظرية الأرقام
158 الإحصاء
160 قيم - «أ»
162	الاحتمال
165	عدم التأكد
167 الأرقام السياسية
170 الرياضيات والمركزية الأوروبية
172	الرياضيات العرقية
174	الرياضيات ونوع الجنس
175	أين الآن؟
178 فهرس

المشروع القومى للترجمة

المشروع القومى للترجمة مشروع تنمية ثقافية بالدرجة الأولى، ينطلق من الإيجابيات التى حققتها مشروعات الترجمة التى سبقته فى مصر والعالم العربى ويسعى إلى الإضافة بما يفتح الأفق على وعود المستقبل، معتمداً المبادئ التالية :

- ١ - الخروج من أسر المركزية الأوروبية وهيمنة اللغتين الإنجليزية والفرنسية.
- ٢ - التوازن بين المعارف الإنسانية فى المجالات العلمية والفنية والفكرية والإبداعية.
- ٣ - الانحياز إلى كل ما يؤسس لأفكار التقدم وحضور العلم وإشاعة العقلانية والتشجيع على التجريب.
- ٤ - ترجمة الأصول المعرفية التى أصبحت أقرب إلى الإطار المرجعى فى الثقافة الإنسانية المعاصرة، جنباً إلى جنب المنجزات الجديدة التى تضع القارئ فى القلب من حركة الإبداع والفكر العالميين.
- ٥ - العمل على إعداد جيل جديد من المترجمين المتخصصين عن طريق ورش العمل بالتنسيق مع لجنة الترجمة بالمجلس الأعلى للثقافة.
- ٦ - الاستعانة بكل الخبرات العربية وتنسيق الجهود مع المؤسسات المعنية بالترجمة.

المشروع القومى للترجمة

- ١- اللغة العليا (طبعة ثانية) جون كوين
- ٢- الوثنية والإسلام ك. مادهو بانيكار
- ٣- التراث المسروق جورج جيمس
- ٤- كيف تتم كتابة السيناريو انجا كاريتنكوفا
- ٥- ثريا فى غيبوبة إسماعيل فصيح
- ٦- اتجاهات البحث اللسانى ميلكا إفيتش
- ٧- العلوم الإنسانية والفلسفة لوسيان غولدمان
- ٨- مشعلو الحرائق ماكس فريش
- ٩- التغيرات البيئية أندرو س. جودى
- ١٠- خطاب الحكاية جيرار جينيت
- ١١- مختارات فيسوافا شيمبوريسكا
- ١٢- طريق الحرير ديفيد براونستون وإيرين فرانك
- ١٣- ديانة الساميين روبرتسن سميث
- ١٤- التحليل النفسى للأدب جان بيلمان نويل
- ١٥- الحركات الفنية إدوارد لويس سميث
- ١٦- أثنية السوداء مارتن برنال
- ١٧- مختارات فيليب لاركين
- ١٨- الشعر النسائى فى أمريكا اللاتينية مختارات
- ١٩- الأعمال الشعرية الكاملة جورج سفيريس
- ٢٠- قصة العلم ج. كراوثر
- ٢١- خوخة وألف خوخة صمد بهرنجى
- ٢٢- مذكرات رحالة عن المصريين جون أنتيس
- ٢٣- تجلى الجميل هانز جيورج جادامر
- ٢٤- ظلال المستقبل باتريك بارنرد
- ٢٥- مثنوى مولانا جلال الدين الرومى
- ٢٦- دين مصر العام محمد حسين هيكل
- ٢٧- التنوع البشرى الخلاق مقالات
- ٢٨- رسالة فى التسامح جون لوك
- ٢٩- الموت والوجود جيمس ب. كارس
- ٣٠- الوثنية والإسلام (ط٢) ك. مادهو بانيكار
- ٣١- مصادر دراسة التاريخ الإسلامى جان سوفاجيه - كلود كاين
- ٣٢- الانقراض ديفيد روس
- ٣٣- التاريخ الاقتصادى لإفريقيا الغربية أ. ج. هويكنز
- ٣٤- الرواية العربية روجر ألن
- ٣٥- الأسطورة والحداثة پول ب. ديكسون
- ت : أحمد درويش
- ت : أحمد فؤاد بليغ
- ت : شوقى جلال
- ت : أحمد الحضرى
- ت : محمد علاء الدين منصور
- ت : سعد مصلوح / وفاء كامل فايد
- ت : يوسف الأنطكى
- ت : مصطفى ماهر
- ت : محمود محمد عاشور
- ت : محمد معصم وعبد الجليل الأزدى وعمر حلى
- ت : هناء عبد الفتاح
- ت : أحمد محمود
- ت : عبد الوهاب علوب
- ت : حسن المودن
- ت : أشرف رفيق عفيفى
- ت : بإشراف: أحمد عثمان
- ت : محمد مصطفى بدوى
- ت : طلعت شاهين
- ت : نعيم عطية
- ت : يمنى طريف الخولى / بدوى عبد الفتاح
- ت : ماجدة العنانى
- ت : سيد أحمد على الناصرى
- ت : سعيد توفيق
- ت : بكر عباس
- ت : إبراهيم الدسوقي شتا
- ت : أحمد محمد حسين هيكل
- ت : نخبة
- ت : منى أبو سنه
- ت : بدر الديب
- ت : أحمد فؤاد بليغ
- ت : عبد الستار الطوىجى / عبد الوهاب علوب
- ت : مصطفى إبراهيم فهمى
- ت : أحمد فؤاد بليغ
- ت : حصه إبراهيم المنيف
- ت : خليل كلفت

- ٣٦- نظريات السرد الحديثة والاس مارتن
- ٣٧- واحة سيوة وموسيقاما بريجيت شيفر
- ٣٨- نقد الحداثة آلن تورين
- ٣٩- الإغريق والحسد بيتر والكوت
- ٤٠- قصائد حب آن سكستون
- ٤١- ما بعد المركزية الأوربية بيتر جران
- ٤٢- عالم ماك بنجامين باربر
- ٤٣- اللهب المزدوج أوكتايفو پاث
- ٤٤- بعد عدة أصناف ألدوس هكسلي
- ٤٥- التراث المغفور روبرت ج دنيا - جون ف أ فاين
- ٤٦- عشرون قصيدة حب بابلو نيرودا
- ٤٧- تاريخ النقد الأدبي الحديث (١) رينيه ويليك
- ٤٨- حضارة مصر الفرعونية فرانسا دوما
- ٤٩- الإسلام فى البلقان هـ . ت . نوريس
- ٥٠- ألف ليلة وليلة أو القول الأسير جمال الدين بن الشيخ
- ٥١- مسار الرواية الإسبانية أمريكية داريو بيانوبيا وخ. م بينيا ليستى
- ٥٢- العلاج النفسى التديمي بيتر . ن . نوفاليس وستيفن . ج . روجسيفيتز وروجر بيل
- ٥٣- الدراما والتعليم أ . ف . ألنجاتون
- ٥٤- المفهوم الإغريقى للمسرح ج . مايكل والتون
- ٥٥- ما وراء العلم جون بولكنجهوم
- ٥٦- الأعمال الشعرية الكاملة (١) فديريكو غرسية لوركا
- ٥٧- الأعمال الشعرية الكاملة (٢) فديريكو غرسية لوركا
- ٥٨- مسرحيتان فديريكو غرسية لوركا
- ٥٩- المحبرة كارلوس مونييث
- ٦٠- التصميم والشكل جوهانز ايتين
- ٦١- موسوعة علم الإنسان شارلوت سيمور - سميث
- ٦٢- لذة النص رولان بارت
- ٦٣- تاريخ النقد الأدبي الحديث (٢) رينيه ويليك
- ٦٤- برتراند راسل (سيرة حياة) آلان وود
- ٦٥- فى مدح الكسل ومقالات أخرى برتراند راسل
- ٦٦- خمس مسرحيات أندلسية أنطونيو جالا
- ٦٧- مختارات فرناندو بيسوا
- ٦٨- نتاشا العجوز وقصص أخرى فالتين راسبوتين
- ٦٩- العالم الإسلامى فى أوائل القرن العشرين عبد الرشيد إبراهيم
- ٧٠- ثقافة وحضارة أمريكا اللاتينية أوخينيو تشانج رودريجت
- ٧١- السيدة لا تصلح إلا للرمى داريو فو
- ت : حياة جاسم محمد
- ت : جمال عبد الرحيم
- ت : أنور مغيث
- ت : منيرة كروان
- ت : محمد عبد إبراهيم
- ت : عاطف أحمد / إبراهيم فتحي / محمود ماجد
- ت : أحمد محمود
- ت : المهدي أخريف
- ت : مارلين تادرس
- ت : أحمد محمود
- ت : محمود السيد على
- ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
- ت : ماهر جويجاتي
- ت : عبد الوهاب علوب
- ت : محمد برادة وعثمانى الميلود ويوسف الأنطكى
- ت : محمد أبو العطا
- ت : لطفى فطيم وعادل دمرداش
- ت : مرسى سعد الدين
- ت : محسن مصيلحى
- ت : على يوسف على
- ت : محمود على مكى
- ت : محمود السيد ، ماهر البطوطى
- ت : محمد أبو العطا
- ت : السيد السيد سهيم
- ت : صبرى محمد عبد الغنى
- مراجعة وإشراف : محمد الجوهري
- ت : محمد خير البقاعى .
- ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
- ت : رمسيس عوض .
- ت : رمسيس عوض .
- ت : عبد اللطيف عبد الحليم
- ت : المهدي أخريف
- ت : أشرف الصباغ
- ت : أحمد فؤاد متولى وهويدا محمد فهمى
- ت : عبد الحميد غلاب وأحمد حشاد
- ت : حسين محمود

- ٧٢- السياسى العجوز ت . س . إليوت
- ٧٣- نقد استجابة القارئ چين . ب . تومكينز
- ٧٤- صلاح الدين والمالك فى مصر ل . ا . سيمينوفا
- ٧٥- فن التراجم والسير الذاتية أندرية موروا
- ٧٦- چاك لاكان وإغواء التحليل النفسى مجموعة من الكتاب
- ٧٧- تاريخ النقد الأدبى الحديث ج ٢ ربنه ويليك
- ٧٨- العولة : النظرية الاجتماعية والثقافة الكونية رونالد روبرتسون
- ٧٩- شعرية التأليف بوريس أوسبنسكى
- ٨٠- بوشكين عند «نافورة الدموع» ألكسندر بوشكين
- ٨١- الجماعات المتخيلة بندكت أندرسن
- ٨٢- مسرح ميجيل ميجيل دى أونامونو
- ٨٣- مختارات غوتفريد بن
- ٨٤- موسوعة الأدب والنقد مجموعة من الكتاب
- ٨٥- منصور الحلاج (مسرحة) صلاح زكى أقطاى
- ٨٦- طول الليل جمال مير صادقى
- ٨٧- نون والقلم جلال آل أحمد
- ٨٨- الابتلاء بالتغرب جلال آل أحمد
- ٨٩- الطريق الثالث أنتونى جينز
- ٩٠- رسم السيف ميگل دى ترباتس
- ٩١- المسرح والتجريب بين النظرية والتطبيق باربر الاسوستكا
- ٩٢- أساليب ومضامين المسرح
- ٩٣- الإسبانيونأمريكي المعاصر كارلوس ميگل
- ٩٤- محدثات العولة مايك فيذرستون وسكوت لاش
- ٩٥- الحب الأول والصعبة صمويل بيكيت
- ٩٦- مختارات من المسرح الإسباني أنطونيو بويرو بايخو
- ٩٧- ثلاث زنبقات ووردة قصص مختارة
- ٩٨- هوية فرنسا مج ١ فرنان برودل
- ٩٩- الهم الإنسانى والابتزاز الصهيونى نماذج ومقالات
- ١٠٠- تاريخ السينما العالمية ديفيد روبنسون
- ١٠١- مسالة العولة بول هيرست وجراهام تومبسون
- ١٠٢- النص الروائى (تقنيات وبناهج) بيرنار فاليط
- ١٠٣- السياسة والتسامح عبد الكريم الخطيبى
- ١٠٤- قبر ابن عربى يليه آباء عبد الوهاب المؤدب
- ١٠٥- أوبرا ماهوجنى برتولت بريشت
- ١٠٦- مدخل إلى النص الجامع چيرارچينيت
- ١٠٧- الأدب الأندلسى د . ماريا خيسوس روبيرامتى
- ١٠٨- صررة القدائى فى الشعر الأمريكى المعاصر نخبة
- ت : فؤاد مجلى
- ت : حسن ناظم وعلى حاكم
- ت : حسن بيومى
- ت : أحمد درويش
- ت : عبد المقصود عبد الكريم
- ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
- ت : أحمد محمود ونورا أمين
- ت : سعيد الغانمى وناصر حلاوى
- ت : مكارم الغمرى
- ت : محمد طارق الشرقاوى
- ت : محمود السيد على
- ت : خالا المعالى
- ت : عبد الحميد شحبة
- ت : عبد الرازق بركات
- ت : أحمد فتحى يوسف شتا
- ت : ماجدة العنانى
- ت : إبراهيم الدسوقى شتا
- ت : أحمد زايد ومحمد محبى الدين
- ت : محمد إبراهيم مبروك
- ت : محمد هناء عبد الفتاح
- ت : نادية جمال الدين
- ت : عبد الوهاب علوب
- ت : فوزية العشماوى
- ت : سرى محمد محمد عبد اللطيف
- ت : إدوار الخراط
- ت : بشير السباعى
- ت : أشرف الصباغ
- ت : إبراهيم قنديل
- ت : إبراهيم فتحى
- ت : رشيد بنخدو
- ت : عز الدين الكتانى الإدريسى
- ت : محمد بنيس
- ت : عبد الغفار مكاوى
- ت : عبد العزيز شليل
- ت : د . أشرف على دعرون
- ت : محمد عبد الله الجعيدى

١٠٨ - ثلاث دراسات عن الشعر الأندلسي	مجموعة من النقاد	ت : محمود على مكي
١٠٩ - حروب المياه	چون بولوك وعادل درويش	ت : هاشم أحمد محمد
١١٠ - النساء فى العالم النامى	حسنة بيجوم	ت : منى قطان
١١١ - المرأة والجريمة	فرانسيس هيندسون	ت : ريهام حسين إبراهيم
١١٢ - الاحتجاج الهادئ	أرلين علوى ماكلويد	ت : إكرام يوسف
١١٣ - راية التمرد	سادى پلانت	ت : أحمد حسان
١١٤ - مسرحيتا حصاد كونجى وسكان المستنقع	وول شوينكا	ت : نسيم مجلى
١١٥ - غرفة تخص المرء وحده	فرچينيا وولف	ت : سمية رمضان
١١٦ - امرأة مختلفة (درية شفيق)	سينثيا نلسون	ت : نهاد أحمد سالم
١١٧ - المرأة والجنوسة فى الإسلام	ليلى أحمد	ت : منى إبراهيم ، وهالة كمال
١١٨ - النهضة النسائية فى مصر	بث بارون	ت : ليس النقاش
١١٩ - النساء والأسرة وقوانين الطلاق	أميرة الأزهرى سنيل	ت : بإشراف/ رؤوف عباس
١٢٠ - الحركة النسائية والتطور فى الشرق الأوسط	ليلى أبو لغد	ت : نخبه من المترجمين
١٢١ - الدليل الصغير عن الكاتبات العربيات	فاطمة موسى	ت : محمد الجندى ، وإيزابيل كمال
١٢٢ - نظام العبودية القديم ونموذج الإنسان	جوزيف فوجت	ت : منيرة كروان
١٢٣ - الإمبراطورية العثمانية وعلاقاتها الدولية	نيل الكسندر وفنادولينا	ت : أنور محمد إبراهيم
١٢٤ - الفجر الكاذب	چون جراى	ت : أحمد فؤاد بليغ
١٢٥ - التحليل الموسيقى	سيدريك ثورپ ديقى	ت : سمحه الخولى
١٢٦ - فعل القراءة	فولفانچ إيسر	ت : عبد الوهاب علوب
١٢٧ - إرهاب	صفاء فتحى	ت : بشير السباعى
١٢٨ - الأدب المقارن	سوزان باسنيت	ت : أميرة حسن نويرة
١٢٩ - الرواية الإسبانية المعاصرة	ماريا دولورس أسيس جارتو	ت : محمد أبو العطا وآخرون
١٣٠ - الشرق يصعد ثانية	أندريه جوندر فرانك	ت : شوقى جلال
١٣١ - مصر القديمة (التاريخ الاجتماعى)	مجموعة من المؤلفين	ت : لويس بقطر
١٣٢ - ثقافة العولة	مايك فيذرستون	ت : عبد الوهاب علوب
١٣٣ - الخوف من المرايا	طارق على	ت : طلعت الشايب
١٣٤ - تشريح حضارة	بارى ج. كيمب	ت : أحمد محمود
١٣٥ - المختار من نقد ت. س. إليوت	ت. س. إليوت	ت : ماهر شفيق فريد
١٣٦ - فلاحو الباشا	كينيث كونو	ت : سحر توفيق
١٣٧ - مذكرات ضابط فى الحملة الفرنسية	جوزيف مارى مواريه	ت : كاميليا صبحى
١٣٨ - عالم التليفزيون بين الجمال والعنف	إيڤلينا تارونى	ت : وجيه سمعان عبد المسيح
١٣٩ - پارسيفال	ريشارد فاچنر	ت : مصطفى ماهر
١٤٠ - حيث تلتقى الأنهار	هربرت ميسن	ت : أمل الجبورى
١٤١ - اثنتا عشرة مسرحية يونانية	مجموعة من المؤلفين	ت : نعيم عطية
١٤٢ - الإسكندرية : تاريخ ودليل	أ. م. فورستر	ت : حسن بيومى
١٤٣ - قضايا التنظير فى البحث الاجتماعى	ديريك لايدار	ت : عدلى السمرى
١٤٤ - صاحبة اللوكاندة	كارلو جولونى	ت : سلامة محمد سليمان

١٤٥- موت أرتيميو كروث	كارلوس فوينتس	ت : أحمد حسان
١٤٦- الورقة الحمراء	ميجيل دى ليبس	ت : على عبدالرؤف البمبي
١٤٧- خطبة الإدانة الطويلة	تانكريد دورست	ت : عبدالغفار مكاوى
١٤٨- القصة القصيرة (النظرية والتقنية)	إنريكي أندرسون إمبرت	ت : على إبراهيم على منوفى
١٤٩- النظرية الشعرية عند إليوت وأدونيس	عاطف فضول	ت : أسامة إسبر
١٥٠- التجربة الإغريقية	روبرت ج. ليمان	ت : منيرة كروان
١٥١- هوية فرنسا مج ٢ ، ج ١	فرنان برودل	ت : بشير السباعي
١٥٢- عدالة الهنود وقصص أخرى	نخبة من الكتاب	ت : محمد محمد الخطابي
١٥٣- غرام الفراغة	فيولين فاتويك	ت : فاطمة عبدالله محمود
١٥٤- مدرسة فرانكفورت	فيل سليتر	ت : خليل كلفت
١٥٥- الشعر الأمريكي المعاصر	نخبة من الشعراء	ت : أحمد مرسى
١٥٦- المدارس الجمالية الكبرى	جى أنبال وآلان وأوديت فيرمو	ت : مى التلمساني
١٥٧- خسرو وشيرين	النظامى الكنجوى	ت : عبدالعزيز بقوش
١٥٨- هوية فرنسا مج ٢ ، ج ٢	فرنان برودل	ت : بشير السباعي
١٥٩- الإيديولوجية	ديفيد هوكس	ت : إبراهيم فتحي
١٦٠- آلة الطبيعة	بول إيرليش	ت : حسين بيومى
١٦١- من المسرح الإسباني	الرخاندرو كاسونا وأنطونيو جالا	ت : زيدان عبدالحليم زيدان
١٦٢- تاريخ الكنيسة	يوحنا الأسوى	ت : صلاح عبدالعزيز محجوب
١٦٣- موسوعة علم الاجتماع	جوردن مارشال	ت : بإشراف: محمد الجوهري
١٦٤- شامبوليون (حياة من نور)	جان لاكوثير	ت : نبيل سعد
١٦٥- حكايات التغلب	أ. ن أفانا سيفا	ت : سهير المصادفة
١٦٦- العلاقات بين المتدينين والعلمانيين فى إسرائيل	يشعياهو ليتمان	ت : محمد محمود أبو غدير
١٦٧- فى عالم طاغور	رابندرانات طاغور	ت : شكرى محمد عياد
١٦٨- دراسات فى الأدب والثقافة	مجموعة من المؤلفين	ت : شكرى محمد عياد
١٦٩- إبداعات أدبية	مجموعة من المبدعين	ت : شكرى محمد عياد
١٧٠- الطريق	ميجيل دليبيس	ت : بسام ياسين رشيد
١٧١- وضع حد	فرانك بيجو	ت : هدى حسين
١٧٢- حجر الشمس	مختارات	ت : محمد محمد الخطابي
١٧٣- معنى الجمال	ولتر ت. ستيس	ت : إمام عبد الفتاح إمام
١٧٤- صناعة الثقافة السوداء	ايليس كاشمور	ت : أحمد محمود
١٧٥- التليفزيون فى الحياة اليومية	لورينزو فيلشس	ت : وجيه سمعان عبد المسيح
١٧٦- نحو مفهوم للاقتصاديات البيئية	توم تيتنبرج	ت : جلال البنا
١٧٧- أنطون تشيخوف	هنرى تروايا	ت : حصة إبراهيم المنيف
١٧٨- مختارات من الشعر اليونانى الحديث	نخبة من الشعراء	ت : محمد حمدى إبراهيم
١٧٩- حكايات أيسوب	أيسوب	ت : إمام عبد الفتاح إمام
١٨٠- قصة جاويد	إسماعيل فصيح	ت : سليم عبد الأمير حمدان
١٨١- النقد الأدبى الأمريكى	فنسننت ب. ليتش	ت : محمد يحيى

١٨٢	العنف والنبوة	و . ب . بيتس	ت: ياسين طه حافظ
١٨٣	چان كوكتو على شاشة السينما	رينيه چيلسون	ت: فتحى العشرى
١٨٤-	القاهرة... حالة لا تتام	هانز إيندورفر	ت: دسوقى سعيد
١٨٥-	أسفار العهد القديم	توماس تومسن	ت: عبد الوهاب علوب
١٨٦-	معجم مصطلحات هيجل	ميخائيل إنوود	ت: إمام عبد الفتاح إمام
١٨٧-	الأرضة	بُرْجْ علوى	ت: محمد علاء الدين منصور
١٨٨-	موت الأدب	الفين كرنان	ت: بدر الديب
١٨٩-	العمى والبصيرة	پول دى مان	ت: سعيد الغانمى
١٩٠-	محاورات كونفوشيوس	كونفوشيوس	ت: محسن سيد فرجاني
١٩١-	الكلام رأسمال	الحاج أبو بكر إمام	ت: مصطفى حجازى السيد
١٩٢-	رحلة إبراهيم بك ج١	زين العابدين المراغى	ت: محمود سلامة علاوى
١٩٣-	عامل المنجم	بيتر أبراهامز	ت: محمد عبد الواحد محمد
١٩٤-	مختارات من النقد الأنجلو-أمريكى	مجموعة من النقاد	ت: ماهر شفيق فريد
١٩٥-	شتاء ٨٤	إسماعيل فصيح	ت: محمد علاء الدين منصور
١٩٦-	المهلة الأخيرة	فالتين راسبوتين	ت: أشرف الصباغ
١٩٧-	الفاروق	شمس العلماء شبلى النعمانى	ت: جلال السعيد الحفناوى
١٩٨-	الاتصال الجماهيرى	ادوين إمرى وآخرون	ت: إبراهيم سلامة إبراهيم
١٩٩-	تاريخ يهود مصر فى الفترة العثمانية	يعقوب لاندأوى	ت: جمال أحمد الرفاعى وأحمد عبد اللطيف حماد
٢٠٠-	ضحايا التنمية	جيرمى سيبورك	ت: فخزى لبيب
٢٠١-	الجانب الدينى للفلسفة	جهازا رويس	ت: أحمد الأنصارى
٢٠٢-	تاريخ النقد الأدبى الحديث ج٢	رينيه ويليك	ت: مجاهد عبد المنعم مجاهد
٢٠٣-	الشعر والشاعرية	ألفاف حسين حالى	ت: جلال السعيد الحفناوى
٢٠٤-	تاريخ نقد العهد القديم	زلمان شازار	ت: أحمد محمود هويدي
٢٠٥-	الجيئات والشعوب واللغات	لويجى لوقا كافالى - سفورزا	ت: أحمد مستجير
٢٠٦-	الهوية تصنع علماً جديداً	جيمس جلايك	ت: على يوسف على
٢٠٧-	ليل إفريقي	رامون خوتاسندير	ت: محمد أبو العطا عبد الرؤوف
٢٠٨-	شخصية العربى فى المسرح الإسرائيلى	دان أوربان	ت: محمد أحمد صالح
٢٠٩-	السرد والمسرح	مجموعة من المؤلفين	ت: أشرف الصباغ
٢١٠-	مثنويات حكيم سنائى	سنائى الغزنوى	ت: يوسف عبد الفتاح فرج
٢١١-	فردينان دوسويسير	جوناثان كلر	ت: محمود حمدي عبد الغنى
٢١٢-	قصص الأمير مرزبان	مرزبان بن رستم بن شروين	ت: يوسف عبد الفتاح فرج
٢١٣-	مصر منذ قدوم نابليون حتى رحيل عبدالناصر	ريمون فلاور	ت: سيد أحمد على الناصرى
٢١٤-	قواعد جديدة للمنج فى علم الاجتماع	أنتونى جينز	ت: محمد محمود محى الدين
٢١٥-	سباحة نامه إبراهيم بك ج٢	زين العابدين المراغى	ت: محمود سلامة علاوى
٢١٦-	جوانب أخرى من حياتهم	مجموعة من المؤلفين	ت: أشرف الصباغ
٢١٧-	مسرحيتان طليعتان	ص. بيكيت	ت: نادية البنهاوى
٢١٨-	رايولا	خوليو كورتازان	ت: على إبراهيم على منوفى

٢١٩ بقايا اليوم	كازو ايشجورو	ت: طلعت الشايب
٢٢٠ الهيولية فى الكون	بارى باركر	ت: على يوسف على
٢٢١ شعرية كفاى	جريجورى جوزدانيس	ت: رفعت سلام
٢٢٢- فرانز كافكا	رونالد جراى	ت: نسيم مجلى
٢٢٣- العلم فى مجتمع حر	بول فيراينر	ت: السيد محمد نقادى
٢٢٤- دمار يوغسلافيا	برانكا ماجاس	ت: منى عبدالظاهر إبراهيم السيد
٢٢٥- حكاية غريق	جابريل جارتيا ماركت	ت: السيد عبدالظاهر السيد
٢٢٦- أرض المساء وقصائد أخرى	ديفيد هريت لورانس	ت: طاهر محمد على البربرى
٢٢٧- المسرح الإسباني فى القرن السابع عشر	موسى مازيدا ديف بوركى	ت: السيد عبدالظاهر عبدالله
٢٢٨- علم الجمالية وعلم اجتماع الفن	جانيت وولف	ت: ماري تيريز عبدالمنيع وخالد حسن
٢٢٩- مازق البطل الوحيد	نورمان كيجان	ت: أمير إبراهيم العمرى
٢٣٠- عن الذباب والفنران والبشر	فرانسواز جاكوب	ت: مصطفى إبراهيم فهمى
٢٣١- الدرافيل	خايمي سالوم بيدال	ت: جمال أحمد عبدالرحمن
٢٣٢- ما بعد المعلومات	توم ستينر	ت: مصطفى إبراهيم فهمى
٢٣٣- فكرة الاضمحلال	آرثر هومان	ت: طلعت الشايب
٢٣٤- الإسلام فى السودان	ج. سبنسر تريمنجهام	ت: فؤاد محمد عكود
٢٣٥- ديوان شمس تبريزى ج١	جلال الدين مولوى رومى	ت: إبراهيم الدسوقي شتا
٢٣٦- الولاية	ميثيل تود	ت: أحمد الطيب
٢٣٧- مصر أرض الوادى	روين فيرين	ت: عنايات حسين طلعت
٢٣٨- العولة والتحرير	الانكاد	ت: ياسر محمد جادالله وعربى مدبولى أحمد
٢٣٩- العربى فى الأدب الإسرائيلى	جيلرافر - رايوخ	ت: نادية سليمان حافظ وإيهاب صلاح فايق
٢٤٠- الإسلام والغرب وإمكانية الحوار	كامى حافظ	ت: صلاح عبدالعزيز محجوب
٢٤١- فى انتظار البرابرة	ج . م كويتز	ت: ابتسام عبدالله سعيد
٢٤٢- سبعة أنماط من الغموض	وليام إميسون	ت: صبرى محمد حسن عبدالنبي
٢٤٣- تاريخ إسبانيا الإسلامية ج١	ليفى بروفنسال	ت: على عبدالرؤوف البمبى
٢٤٤- الغليان	لاورا إسكييل	ت: نادية جمال الدين محمد
٢٤٥- نساء مقاتلات	إليزابيتا آديس	ت: توفيق على منصور
٢٤٦- مختارات قصصية	جابريل جارتيا ماركت	ت: على إبراهيم على منوفى
٢٤٧- الثقافة الجماهيرية والحدائق فى مصر	والتر إرميريس	ت: محمد طارق الشراوى
٢٤٨- حقول عدن الخضراء	أنطونيو جالا	ت: عبداللطيف عبدالعليم عبدالله
٢٤٩- لغة التمزق	دراجو شتامبوك	ت: رفعت سلام
٢٥٠- علم اجتماع العلوم	دومنيك فينيك	ت: ماجدة محسن أباطة
٢٥١- موسوعة علم الاجتماع (ج٢)	جوردن مارشال	ت: بإشراف: محمد الجوهري
٢٥٢- راءات الحركة النسوية المصرية	مارجو بدران	ت: على بدران
٢٥٣- تاريخ مصر الفاطمية	ل. أ. سيمينوفا	ت: حسن بيومى
٢٥٤- الفلسفة	ديف روبنسون وجودى جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٢٥٥- أفلاطون	ديف روبنسون وجودى جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام

٢٥٦- ديكاوت	ديف روبنسون ، كريس جرات	ت: إمام عيد الفتح إمام
٢٥٧- تاريخ الفلسفة الحديثة	وليم كلي رايت	ت: محمود سيد أحمد
٢٥٨- الفجر	سير أنجوس فريزر	ت: عباده كُحيلة
٢٥٩- مختارات من الشعر الأرمني عبر العصور	أقلام مختلفة	ت: فاروجان كانانجيان
٢٦٠- موسوعة علم الاجتماع ج٢	جوردن مارشال	ت: باشراف: محمد الجوهري
٢٦١- رحلة في فكر زكي نجيب محمود	زكي نجيب محمود	ت: إمام عيد الفتح إمام
٢٦٢- مدينة المعجزات	إدوارد مندوثا	ت: محمد أبو العطا عبد الرؤوف
٢٦٣- الكشف عن حافة الزمن	جون جرين	ت: علي يوسف علي
٢٦٤- إبداعات شعرية مترجمة	هوراس/ شلي	ت: لويس عوض
٢٦٥- روايات مترجمة	أوسكار وايلد وصموئيل جونسون	ت: لويس عوض
٢٦٦- مدير المدرسة	جلال آل أحمد	ت: عادل عبد المنعم سويلم
٢٦٧- فن الرواية	ديفيد لودج	ت: ماهر البطوطي
٢٦٨- ديوان شمس تبريزي ج٢	جلال الدين الرومي	ت: إبراهيم الدسوقي شتا
٢٦٩- وسط الجزيرة العربية وشرقها ج١	وليم جيفور بالجريف	ت: صبري محمد حسن
٢٧٠- وسط الجزيرة العربية وشرقها ج٢	وليم جيفور بالجريف	ت: صبري محمد حسن
٢٧١- الحضارة الغربية	توماس سي. باترسون	ت: شوقي جلال
٢٧٢- الأديرة الأثرية في مصر	س. س والترز	ت: إبراهيم سلامة
٢٧٣- الاستعمار والثورة في الشرق الأوسط	جوان آر. لوك	ت: عنان الشهاوي
٢٧٤- السيدة باربارا	رومولو جلاجوس	ت: محمود مكي
٢٧٥- ت. س إليوت شاعرا وناقدا وكاتب مسرحيا	أقلام مختلفة	ت: ماهر شفيق فريد
٢٧٦- فنون السينما	فرانك جوتيران	ت: عبد القادر التمساني
٢٧٧- الجينات: الصراع من أجل الحياة	بريان فورد	ت: أحمد فوزي
٢٧٨- البدايات	إسحق عظيموف	ت: ظريف عبدالله
٢٧٩- الحرب الباردة الثقافية	ف.س. سوندرز	ت: طلعت الشايب
٢٨٠- من الأدب الهندي الحديث والمعاصر	بريم شند وآخرون	ت: سمير عبد الحميد
٢٨١- الفردوس الأعلى	مولانا عبد الحليم شرر الكهنوي	ت: جلال الحفناوي
٢٨٢- طبيعة العلم غير الطبيعية	لويس وليبرت	ت: سمير حنا صادق
٢٨٣- السهل يحترق	خوان رولفو	ت: علي البمبي
٢٨٤- هرقل مجنوننا	يوريبيدس	ت: أحمد عثمان
٢٨٥- رحلة الخواجة حسن نظامي	حسن نظامي	ت: سمير عبد الحميد
٢٨٦- رحلة إبراهيم بك ج٢	زين العابدين المراغي	ت: محمود سلامة علاوي
٢٨٧- الثقافة والوعلة والنظام العالمي	انتوني كنج	ت: محمد يحيى وآخرون
٢٨٨- الفن الروائي	ديفيد لودج	ت: ماهر البطوطي
٢٨٩- ديوان منجوهري الدامغانى	أبو نجم أحمد بن قوص	ت: محمد نور الدين عبد المنعم
٢٩٠- علم اللغة والترجمة	جورج موانا	ت: أحمد زكريا إبراهيم
٢٩١- المسرح الإسباني في القرن العشرين ج١	فرانشيسكو رويس رامون	ت: السيد عبد الظاهر
٢٩٢- المسرح الإسباني في القرن العشرين ج٢	فرانشيسكو رويس رامون	ت: السيد عبد الظاهر

٢٩٣- مقدمة للأدب العربي	روجر آلان	ت: نخبة من المترجمين
٢٩٤- فن الشعر	بوالو	ت: رجاء ياقوت صالح
٢٩٥- سلطان الأسطورة	جوزيف كامبل	ت: بدر الدين حب الله الديب
٢٩٦- مكبث	وليم شكسبير	ت: محمد مصطفى بدوى
٢٩٧- فن النحوبين اليونانية والسريانية	ديونيسيوس ثراكس - يوسف الأهوانى	ت: ماجدة محمد أنور
٢٩٨- مأساة العبيد	أبو بكر تقاواليوه	ت: مصطفى حجازى السيد
٢٩٩- ثورة التكنولوجيا الحيوية	جين ل. ماركس	ت: هاشم أحمد فؤاد
٣٠٠- أسطورة برومتيوس مج١	لويس عوض	ت: جمال الجزيرى وبهاء چاهين
٣٠١- أسطورة برومتيوس مج٢	لويس عوض	ت: جمال الجزيرى و محمد الجندى
٣٠٢- فنجنشتين	جون هيتون وجودى جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٣- بوذا	جين هوب ويورن فان لون	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٤- ماركس	ريوس	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٥- الجلد	كروزيو مالابارته	ت: صلاح عبد الصبور
٣٠٦- الحماسة - النقد الكانطى للتاريخ	چان - فرانسوا ليوتار	ت: نبيل سعد
٣٠٧- الشعور	ديفيد بابينو	ت: محمود محمد أحمد
٣٠٨- علم الوراثة	ستيف جونز	ت: ممدوح عبد المنعم أحمد
٣٠٩- الذهن والمخ	أنجوس چيلاتى	ت: جمال الجزيرى
٣١٠- يونج	ناجى هيد	ت: محيى الدين محمد حسن
٣١١- مقال فى المنهج الفلسفى	كولنجوود	ت: فاطمة إسماعيل
٣١٢- روح الشعب الأسود	وليم دى بويز	ت: أسعد حليم
٣١٣- أمثال فلسطينية	خاير بيان	ت: عبدالله الجعيدى
٣١٤- الفن كعدم	جينس مينيك	ت: هويدا السباعى
٣١٥- جرامشى فى العالم العربى	ميشيل پروندينو	ت: كاميليا صبحى
٣١٦- محاكمة سقراط	أ.ف. ستون	ت: نسيم مجلى
٣١٧- بلا غد	شير لايموفا- زنيكين	ت: أشرف الصباغ
٣١٨- الادب الروسى فى السنوات العشر الاخيرة	نخبة	ت: أشرف الصباغ
٣١٩- صور دريدا	جايتير ياسبيفاك وكريستوفر نوريس	ت: حسام نايل
٣٢٠- لمعة السراج فى حضرة التاج	محمد روشن	ت: محمد علاء الدين منصور
٣٢١- تاريخ إسبانيا الإسلامية٢	ليفى بروفنسال	ت: نخبة من المترجمين
٣٢٢- وجهات غربية حديثة فى تاريخ الفن	دبليو يوجين كلينباور	ت: خالد مفلح حمزه
٣٢٣- فن الساتورا	تراث يونانى قديم	ت: هانم سليمان
٣٢٤- اللعب بالنار	أشرف أسدى	ت: محمود سلامة علاوى
٣٢٥- عالم الآثار	فيليب بوسان	ت: كريستين يوسف
٣٢٦- المعرفة والمصلحة	جورجين هابرماس	ت: حسن صقر
٣٢٧- مختارات شعرية مترجمة	نخبة	ت: توفيق على منصور
٣٢٨- يوسف وزليخا	نور الدين عبد الرحمن بن أحمد	ت: عبد العزيز بقوش
٣٢٩- رسائل عيد الميلاد	تد هيوز	ت: محمد عيد إبراهيم
٣٣٠- كل شىء عن التمثيل الصامت	مارفن شبرد	ت: سامى صلاح

٢٢١- عندما جاء السردين	ستيفن جراي	٢٢١- سامية دياب
٢٢٢- القصة القصيرة في إسبانيا	نخبة	٢٢٢- علي إبراهيم علي منوفي
٢٢٣- الإسلام في بريطانيا	نبيل مطر	٢٢٣- بكر عباس
٢٢٤- لقطات من المستقبل	أرثر س كلارك	٢٢٤- مصطفى فهمي
٢٢٥- عصر الشك	ناتالي ساروت	٢٢٥- فتحي العشري
٢٢٦- متون الأهرام	نصوص قديمة	٢٢٦- حسن صابر
٢٢٧- فلسفة الولاء	جوزايا رويس	٢٢٧- أحمد الأنصاري
٢٢٨- قصص قصيرة من الهند	نخبة	٢٢٨- جلال السعيد الحفناوي
٢٢٩- تاريخ الأدب في إيران ج٢	علي أصغر حكمت	٢٢٩- محمد علاء الدين منصور
٢٣٠- اضطراب في الشرق الأوسط	بيرش بيربيروجلو	٢٣٠- فخرى ليبب
٢٣١- قصائد من رلكه	راينر ماريا رلكه	٢٣١- حسن حلمي
٢٣٢- سلامان وأبسال	نور الدين عبدالرحمن بن أحمد	٢٣٢- عبد العزيز بقوش
٢٣٣- العالم البرجوازي الزائل	نادين جورديمر	٢٣٣- سمير عبد ربه
٢٣٤- الموت في الشمس	بيتر بلانجوه	٢٣٤- سمير عبد ربه
٢٣٥- الركض خلف الزمن	بونه ندائي	٢٣٥- يوسف عبد الفتاح فرج
٢٣٦- سحر مصر	رشاد رشدي	٢٣٦- جمال الجزيري
٢٣٧- الصبية الطائشون	جان كوكتو	٢٣٧- بكر الطلو
٢٣٨- المتصوفة الأولين في الأدب التركي ج١	محمد فؤاد كوبريلي	٢٣٨- عبدالله أحمد إبراهيم
٢٣٩- دليل القارئ إلى الثقافة الجادة	أرثر والدرون وآخرون	٢٣٩- أحمد عمر شاهين
٢٤٠- بانوراما الحياة السياحية	أقلام مختلفة	٢٤٠- عطية شحاتة
٢٤١- مبادئ المنطق	جوزايا رويس	٢٤١- أحمد الانصاري
٢٤٢- قصائد من كفافيس	قسطنطين كفافيس	٢٤٢- نعيم عطية
٢٤٣- الفن الإسلامي في الأندلس (الزخرفة الهندسية)	باسيليو بابون مالدوناند	٢٤٣- علي إبراهيم علي منوفي
٢٤٤- الفن الإسلامي في الأندلس (الزخرفة النباتية)	باسيليو بابون مالدوناند	٢٤٤- علي إبراهيم علي منوفي
٢٤٥- التيارات السياسية في إيران	حجت مرتضى	٢٤٥- محمود سلامة علاوي
٢٤٦- الميراث المر	بول سالم	٢٤٦- بدر الرفاعي
٢٤٧- متون هيرميس	نصوص قديمة	٢٤٧- عمر الفاروق عمر
٢٤٨- أمثال الهوسا العامة	نخبة	٢٤٨- مصطفى حجازي السيد
٢٤٩- محاورات بارمنديس	أفلاطون	٢٤٩- حبيب الشاروني
٢٥٠- أنثروبولوجيا اللغة	أندريه جاكوب ونويلا باركان	٢٥٠- ليلى الشربيني
٢٥١- التصحر: التهديد والمجابهة	آلان جرينجر	٢٥١- عاطف معتمد وأمال شاوير
٢٥٢- تلمذ بابنبرج	هاينرش شبورال	٢٥٢- سيد أحمد فتح الله
٢٥٣- حركات التحرر الأفريقي	ريتشارد جيبسون	٢٥٣- صبري محمد حسن
٢٥٤- حداة شكسبير	إسماعيل سراج الدين	٢٥٤- نجلاء أبو عجاج
٢٥٥- سأم باريس	شارل بودليير	٢٥٥- محمد أحمد حمد
٢٥٦- نساء يركضن مع الذئاب	كلاريسا بنكولا	٢٥٦- مصطفى محمود محمد
٢٥٧- القلم الجريء	نخبة	٢٥٧- البراق عبدالهادي رضا
٢٥٨- المصطلح السردى	جيرالد برنس	٢٥٨- عابد خزندار

٣٦٩- المرأة فى أدب نجيب محفوظ	فوزية العشماوى	ت: فوزية العشماوى
٣٧٠- الفن والحياة فى مصر الفرعونية	كلير لا لويت	ت: فاطمة عبدالله محمود
٣٧١- التصوف الأولون فى الأدب التركى ج٢	محمد قواد كوبريلى	ت: عبدالله أحمد إبراهيم
٣٧٢- عاش الشباب	وانغ مينغ	ت: وحيد السعيد عبدالحميد
٣٧٣- كيف تعد رسالة دكتوراه	أمبرتو إيكو	ت: على إبراهيم على منوفى
٣٧٤- اليوم السادس	أندريه شديد	ت: حمادة إبراهيم
٣٧٥- الخلود	ميلان كونديرا	ت: خالد أبو اليزيد
٣٧٦- الغضب وأحلام السنين	نخبة	ت: إدوار الخراط
٣٧٧- تاريخ الأدب فى إيران ج٤	على أصغر حكمت	ت: محمد علاء الدين منصور
٣٧٨- المسافر	محمد إقبال	ت: يوسف عبدالفتاح فرج
٣٧٩- ملك فى الحديقة	سنيل بات	ت: جمال عبدالرحمن
٣٨٠- حديث عن الخسارة	جونتر جراس	ت: شيرين عبدالسلام
٣٨١- أساسيات اللغة	ر. ل. تراسك	ت: رانيا إبراهيم يوسف
٣٨٢- تاريخ طبرستان	بهاء الدين محمد إسفنديار	ت: أحمد محمد نادى
٣٨٣- هدية الحجاز	محمد إقبال	ت: سمير عبدالحميد إبراهيم
٣٨٤- القصص التى يحكيها الأطفال	سوزان إنجيل	ت: إيزابيل كمال
٣٨٥- مشترى العشق	محمد على بهزادارد	ت: يوسف عبدالفتاح فرج
٣٨٦- دفاعاً عن التاريخ الأدبى النسوى	جانيت تود	ت: ريهام حسين إبراهيم
٣٨٧- أغنيات وسوناتات	چون دن	ت: بهاء جاهين
٣٨٨- مواعظ سعدى الشيرازى	سعدى الشيرازى	ت: محمد علاء الدين منصور
٣٨٩- من الأدب الباكستانى المعاصر	نخبة	ت: سمير عبدالحميد إبراهيم
٣٩٠- الأرشيقات والمدن الكبرى	نخبة	ت: عثمان مصطفى عثمان
٣٩١- الحافلة الليبكية	مايف بينشى	ت: منى الدروبي
٣٩٢- مقامات ورسائل أندلسية	نخبة	ت: عبداللطيف عبدالحليم
٣٩٣- فى قلب الشرق	ندوة لويس ماسينيون	ت: نخبة
٣٩٤- القوى الأساسية الأربع فى الكون	بول ديفيز	ت: هاشم أحمد محمد
٣٩٥- آلام سياوش	إسماعيل فصيح	ت: سليم حمدان
٣٩٦- السافاك	تقى نجارى راد	ت: محمود سلامة علاوى
٣٩٧- نيتشه	لورانس جين	ت: إمام عبدالفتاح إمام
٣٩٨- سارتر	فيليب تودى	ت: إمام عبدالفتاح إمام
٣٩٩- كامى	ديفيد ميروفتس	ت: إمام عبدالفتاح إمام
٤٠٠- مومو	ميشائيل إنده	ت: باهر الجوهري
٤٠١- الرياضيات	زيادون ساردور	ت: ممدوح عبد المنعم

التنفيذ والطباعة: Stampa

١١ ميدان سفنكس - المهندسين

تليفون: 3034408 - 3448824

Introducing... Mathematics

**& Ziauddin Sardar
Jerry Ravetz
Borin Van Loon**

أقدم لك... هذه السلسلة!

ليست أفكار الفلسفة هي وحدها الغامضة، بل هناك أيضاً كثرة كثيرة من الأفكار العلمية - في جميع العلوم تقريباً بلا استثناء - يصعب على القارئ غير المتخصص أن يستوعبها بسهولة، ومن ثم فهي تحتاج إلى شرح وإيضاح بالرسوم والصور فما هو الشعور واللا شعور؟ وما هو الفرق بين الذهن والمخ، وكيف نتعامل معهما. وما هي الوراثة والمورثات؟ وما الرياضيات، ولماذا كانت غامضة بالنسبة لمعظم الناس؟

كما أننا نحتاج إلى أن نعرف شيئاً عن كبار من العلماء بطريقة مبسطة - عن فرويد ووينج وكلاين ونيوتن وهوكينج الخ.

وإذا كانت الأعداد الستة الأولى من هذه السلسلة قد عرضت لمجموعة من الفلاسفة لاستجلاء غوامض أفكارهم عن طريق الرسوم، والصور، والأشكال التوضيحية، فأنا نفعّل الشيء نفسه بالنسبة للأفكار العلمية، عن الشعور، واللا شعور، والذهن، والمخ الخ. وغيرها من أفكار وإننا نأمل أن يجد فيها القارئ نفس المتعة السابقة.

علم الرياضيات